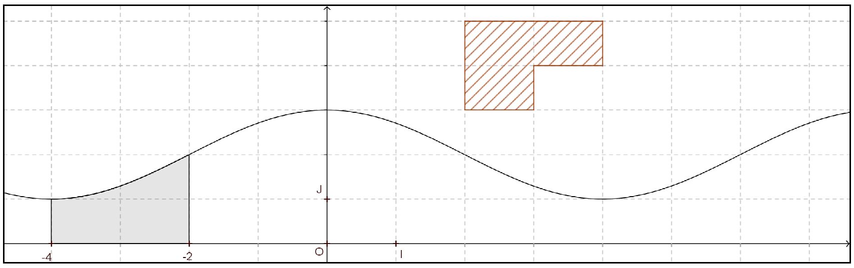
ACTIVITÉ AVEC GEOGEBRA

Dans un repère orthogonal, on considère la courbe représentative d'une fonction *f*, définie et **positive** sur un intervalle contenant les nombres réels *a* et *b* ($a \leq b$).

On cherche à calculer l'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$.

Définition : Dans un repère orthogonal (O , I , J). On appelle **unité d'aire** l'aire du rectangle OIKJ où K est le point de coordonnées (1 ; 1).



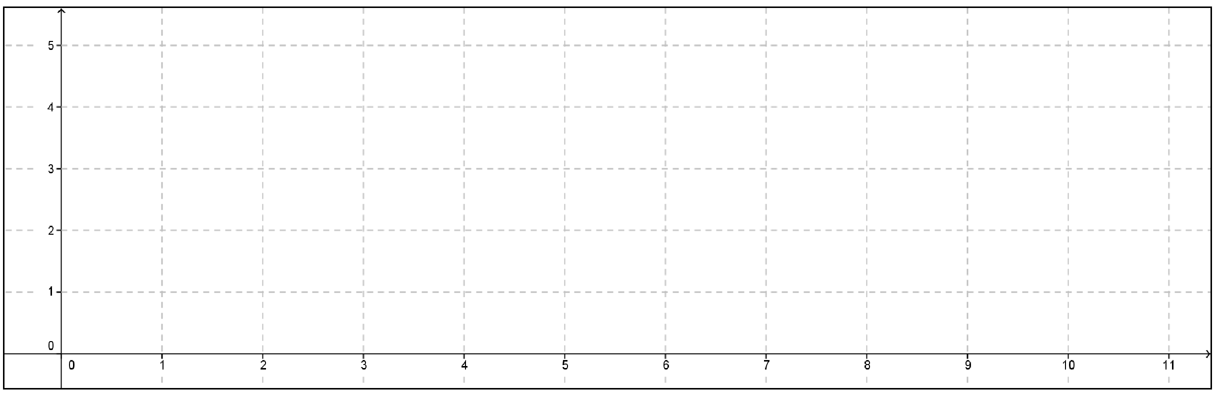
1) Colorier le rectangle OIKJ sur la figure ci-dessus.
2) Quelle est l'aire, en unités d'aire, du domaine hachuré ?
3) Donner une valeur approchée de l'aire du domaine colorié en unités d'aire.
4) Colorier le domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe et les droites d'équations $x = 3$ et $x = 6$, puis donner une valeur approchée de son aire en unités d'aire.

Partie 1 : fonction constante

1) Dans le repère ci-dessous, tracer la courbe *C* représentant la fonction constante

$$f : x \longmapsto 3$$

2) Colorier le domaine délimité par la courbe *C*, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$.
3) Déterminer l'aire du domaine précédent en unités d'aire.



a et b sont deux nombres réels ($a \leq b$).

$F_a(b)$ est l'aire du domaine délimité par l’axe des abscisses, la courbe C et les droites d’équation $x = a$ et $x = b$. Le résultat précédent est donc $F_0(2)$.

On cherche une formule générale de $F_a(b)$.

$\underline{a = 0}$: Compléter le tableau suivant :

Valeur de b	2	4	5	8	10
$F_0(b)$					

$F_0(b)$ en fonction de b	dérivée de $F_0(b)$par rapport à b

$\underline{a = 1}$: Compléter le tableau suivant :

Valeur de b	2	4	5	8	10
$F_1(b)$					

$F_1(b)$ en fonction de b	dérivée de $F_1(b)$par rapport à b

$\underline{a = 2}$: Compléter le tableau suivant :

Valeur de b	2	4	5	8	10
$F_2(b)$					

$F_2(b)$ en fonction de b	dérivée de $F_2(b)$par rapport à b

Si $a = 0$, alors $F_0(b) =$ .....

Si $a = 1$, alors $F_1(b) =$ .....

Si $a = 2$, alors $F_2(b) =$ .....

De façon générale, l’aire en fonction de a et de b est ....

Partie 2 : fonction linéaire

Utilisation du logiciel Geogebra

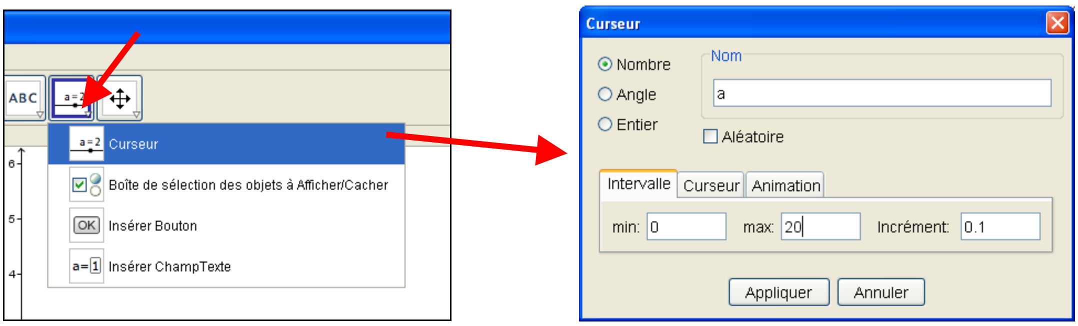
Lancer GeoGebra et enregistrer le fichier sous le nom *Activité*. Penser à faire des sauvegardes régulières du travail.

1) Tracé de la courbe représentative C de la fonction $g : x \longmapsto 2x$:

   Saisir g(x)=2x dans le champ de saisie.

2) Création d'un curseur a dont le minimum est 0 et le maximum est 20 :

   Sélectionner la commande Curseur de l'avant dernier bouton à droite. Cliquer dans la fenêtre Géométrie. Compléter la fenêtre qui s'ouvre :



3) Construction du point A de coordonnées (a ; 0) :

Saisir A=(a,0) dans le champ de saisie.

4) Déplacer le curseur a à la valeur 0, que se passe-t-il pour le point A ?

5) Créer un curseur b dont le minimum est a et le maximum est 20.

6) Construire le point B de coordonnées (b ; 0).

7) Construction des points M et N de la courbe C d'abscisse a et b :

Saisir M=(a,g(a)) dans le champ de saisie.

Saisir N=(b,g(b)) dans le champ de saisie.

8) Tracer le polygone ABNM.

9) On note $G_a(b)$ l'aire du polygone ABNM. On cherche une formule générale de l'aire.

<u>Déplacer le curseur *a* à la valeur 0.</u>

Déplacer le curseur b selon les valeurs du tableau suivant et compléter celui-ci :

Valeur de b	2	4	5	8	10
$G_0(b)$					

$G_0(b)$ en fonction de b	dérivée de $G_0(b)$par rapport à b

Reprendre le travail précédent pour deux autres valeurs de a.

<u>Déplacer le curseur *a* à la valeur 1.</u>

Valeur de b	2	4	5	8	10
$G_1(b)$					

$G_1(b)$ en fonction de b	dérivée de $G_1(b)$par rapport à b

<u>Déplacer le curseur *a* à la valeur 2.</u>

Valeur de b	2	4	5	8	10
$G_2(b)$					

$G_2(b)$ en fonction de b	dérivée de $G_2(b)$par rapport à b

Si $a = 0$, alors $G_0(b) =$ .....

Si $a = 1$, alors $G_1(b) =$ .....

Si $a = 2$, alors $G_2(b) =$ .....

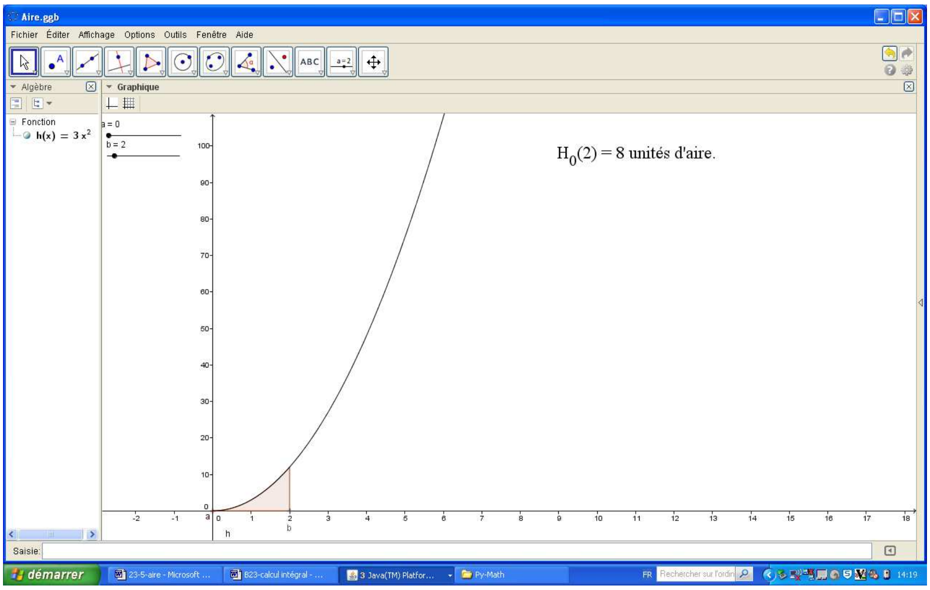
De façon générale, l'aire en fonction de a et de b est ....

Partie 3 : Autre fonction et autre méthode

Ouvrir le fichier GeoGebra *Aire*.

Le graphique donne la représentation C de la fonction $h : x \longmapsto 3x^2$. On note $H_a(b)$ l'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe C et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$.

Ici le domaine colorié a pour aire $H_0(2) = 8$ unités d'aire.



On cherche une formule générale de l'aire.

<u>Le curseur *a* est à la valeur 0.</u>

Déplacer le curseur b selon les valeurs du tableau suivant et compléter celui-ci :

Valeur de b	2	4	5	8	10
$H_0(b)$	8				

$H_0(b)$ en fonction de b	dérivée de $H_0(b)$par rapport à b

Reprendre le travail précédent pour deux autres valeurs de a.

<u>Déplacer le curseur *a* à la valeur 1.</u>

Valeur de b	2	4	5	8	10
$H_1(b)$					

$H_1(b)$ en fonction de b	dérivée de $H_1(b)$par rapport à b

<u>Déplacer le curseur *a* à la valeur 2.</u>

Valeur de b	2	4	5	8	10
$H_2(b)$					

$H_2(b)$ en fonction de b	dérivée de $H_2(b)$par rapport à b

Si $a = 0$, alors $H_0(b) = ...$

Si $a = 1$, alors $H_1(b) = ...$

Si $a = 2$, alors $H_2(b) = ...$

De façon générale, l'aire en fonction de a et de b est ....

Pour déterminer l'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe représentative d'une fonction positive f et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$ ($a \leq b$), on cherche une fonction F telle que $F' = f$.

L'aire est alors $F(b) - F(a)$.

On dit que F est une **primitive** de f.

Exemple :

On cherche l'aire du domaine compris entre l'axe des abscisses, la représentation graphique de $f : x \longmapsto 4\,x^3$ et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 4$.

Une primitive de f est $F : x \longmapsto$ ...

L'aire cherchée est .... unités d'aire.