

DEMARCHES ET EXPERIMENTATIONS

Pour préciser la notion de fonction et assurer des bases solides.

La notion de fonction intervient dans au moins 70 % des questions posées dans les épreuves de mathématiques du baccalauréat professionnel, technologique ou scientifique. C'est l'une de ces notions fondamentales souvent mal maîtrisée et pourtant utilisée dans plusieurs domaines de la scolarité et au-delà dans la vie active et la vie courante.

C'est pourquoi, il est nécessaire d'assurer des bases solides à cette notion dès la classe de seconde générale ou professionnelle ou à défaut en première avant d'approfondir son étude.

En mars 1981, les documents publiés par l'INRAP n° 47, élaborés par une commission de travail composée de nos collègues : C. GOASGUEN, M. F. GRASSET, M. THOMAS et rédigés par J. TARDY, présentent **un exemple très intéressant de démarches pour aborder et préciser la notion de fonction.**

Au lycée de Fonlabour à Albi, depuis plus de six ans dans les classes de seconde générale et depuis deux ans dans une seconde professionnelle et en classe de baccalauréat professionnel, ces démarches ont été expérimentées et adaptées en tenant compte de l'évolution des contenus des programmes et du temps qu'il est apparu possible de réserver à ces activités . Il est à souligner que **ces démarches qui étaient très innovantes en 1981 le sont toujours en 2001.**

Dans ce qui suit vous trouverez des commentaires sur l'expérimentation faite à Albi et les adaptations effectuées ainsi que quelques activités complémentaires.

En premier lieu soulignons que **les deux premières étapes** qui concernent la collecte de documents par les élèves sur des exemples de fonction et la sélection effectuée par l'enseignant parmi les documents rapportés, sont réalisés hors de la classe. Cette proposition vise à rendre les élèves acteurs dans leur formation et les motive ; toutefois lorsqu'elle n'a pas pu être réalisée, les documents ont été mis à disposition des élèves lors de la troisième étape (courbe de relevé de températures, tarifs SNCF, tarifs d'affranchissement postaux, formules utilisées en physique, en machinisme...).

La troisième étape réalisée en travaux de groupes comprenait initialement deux séances.

L'analyse des documents est effectuée pendant la première séance par groupe de 3 ou 4 élèves à partir des questions élémentaires, une discussion est animée par l'enseignant après la mise en commun des résultats. Cette séance d'une durée d'une heure au maximum permet de découvrir :

- la notion de relation (de dépendance) entre deux valeurs, l'une « venant en premier », la variable,
- les modes de génération d'une fonction (phrase, graphique, tableaux de valeurs, formule).

Pendant la deuxième séance d'une durée d'une heure au maximum, à partir des questions examinées par binômes à propos de nouveaux documents (sur le livre de l'élève ou distribués), sont précisées les notions de fonction, variable (antécédent), image, on aboutit progressivement au langage mathématique que l'on fait noter en synthèse de ces activités. Pendant cette séance, on familiarise les élèves avec ce nouveau vocabulaire au moyen d'exercices permettant des entrées différentes et le passage du langage graphique au langage fonction⁽¹⁾.

L'observation plus précise des variations des diverses fonctions et l'introduction des notions de variations est l'objet d'une troisième séance de une heure. La découverte est intuitive, à partir des tableaux de valeurs, de représentations graphiques, de situations problèmes qui seront présentées dans le prochain bulletin, Il convient aussi de donner vie aux fonctions pour favoriser la compréhension dans des contextes divers⁽²⁾.

En outre, deux ou trois temps forts d'une heure, sont ménagés en travaux dirigés (en demi-groupes), l'un pour le tracé minutieux de courbes sur papier millimétré, l'autre pour le tracé de courbes sur l'écran de la calculatrice graphique.

Pour la **quatrième étape**, le premier exercice sur l'allongement d'un ressort n'est plus proposé aux élèves vu la modification des programmes; le deuxième exercice, véritable activité de réflexion a été réalisé chaque année depuis sept ans avec quelques variantes sur les exemples donnés à l'annexe 1 et sur la conduite des séances. Après quelques essais, le fonctionnement retenu permettant une étude intéressante dans un temps raisonnable est le suivant :

La première question : *chercher la variable, l'image, la formule qui donne l'image en fonction de la variable sur les exemples donnés*, est traitée en classe seulement sur les deux premiers exemples avec correction (8 minutes environ) et les élèves sont invités à terminer individuellement en dehors du cours pour la semaine suivante. La semaine suivante par binôme, les élèves doivent comparer leurs résultats (15 minutes environ) puis une correction est effectuée avec l'ensemble de la classe, un transparent permet au professeur d'inscrire les résultats après discussion et accord (30 minutes environ). C'est un travail intéressant pour approfondir les premières étapes mais aussi pour apprendre à modéliser et à transformer des formules, ce qui n'est pas aisé pour une majorité d'élèves.

La deuxième question : *grouper les formules qui se ressemblent et donner pour chaque groupe trouvé une formule générale*, surprend les élèves et pique leur curiosité. Le réaliser en petits groupes de 3 ou 4 élèves les rassure et favorise la modification des représentations ; les élèves de chaque groupe après une recherche individuelle (8 minutes) doivent se mettre d'accord sur un classement à reporter au gros feutre sur une affiche (30 minutes). L'enseignant encourage les élèves en circulant d'un groupe à l'autre, pour ceux qui n'arrivent pas à démarrer le classement des formules, dix minutes après la mise en activité, il peut suggérer d'observer l'opération effectuée sur la variable (certaines années un groupe d'élèves s'est égaré en classant les exemples par thème : aires, distances, prix... sans se préoccuper des formules).

En seconde générale et en première Bac Pro dans les exemples à classer ont été introduits des fonctions cubes et même parfois des trinômes du second degré, des racines carrées, des fonctions homographiques. Plusieurs groupes ont été capables de gérer cette diversité ou du moins d'affiner au moment du débat. Il est aussi apparu intéressant de ne pas préciser aux élèves le nombre de groupes attendus, ainsi certains dissocient fonction affine et fonction linéaire, d'autres non, les deux étant acceptables.

A partir des affiches disposées sur un mur et visibles de tous, un débat est animé par l'enseignant qui demande à la classe les similitudes, les différences et renvoie les contradictions (la formule de l'exemple ne correspond pas à la formule générale mise en bas de la colonne...) sous forme d'interrogations invitant à changer la formule de colonne ou à modifier la formule générale (20 minutes).

Enfin, pour prolonger l'intérêt de ce classement, il est demandé aux élèves d'observer les représentations graphiques des fonctions de chaque groupe et de les comparer dans leur allure générale(20 minutes).

Notons que l'activité de classement des fonctions qui n'est pas prévue par les programmes où est demandé seulement l'étude des fonctions usuelles peut être proposée. En effet, il est intéressant de remarquer que ce travail de classement a été fait au préalable par les mathématiciens, que tout cerveau humain aime comparer et catégoriser, qu'une fois le tri raisonné effectué, les propriétés de chaque type de fonction vont découler avec plus de facilité; ne privons donc pas les élèves de cette activité très formatrice !

En dernier lieu précisons que ces séances sont suivies d'exercices effectués en dehors des cours et corrigés à la séance suivante; les quatre étapes ci-dessus sont réparties dans l'année. En seconde générale : les trois premières se succèdent et sont placées pendant le premier trimestre. Dans le mois qui suit cette première partie sur la notion de fonction, un devoir maison est donné aux élèves pour réactiver, réinvestir et approfondir l'apprentissage. Au cours du second trimestre, la quatrième étape est placée juste avant l'étude des fonctions usuelles.

En seconde professionnelle, les trois premières étapes peuvent être traitées pendant la première année, la quatrième étape (la modélisation et le classement) peut être réalisée au cours de la deuxième année ou à défaut en première Bac Pro.

En conclusion, soulignons que les élèves ont été très actifs pendant ces séances, ont montré du plaisir à faire des maths et conservent une approche positive et construite de la notion de fonction visible dans les évaluations.

(1) PY-MATH n° 7 p. 3.

(2) PY-MATH n° 1 p. 11; n° 2 p. 28; n° 3 p.9 et n° 5 p. 21.

N.B. : En préalable aux travaux des groupes, afin de donner un cadre favorisant la réflexion, la fiche suivante a été distribuée aux élèves et explicitée.

6 règles à respecter pour travailler efficacement en groupe

1. Lire, réfléchir, travailler seul sur les documents proposés (8 à 10 minutes) avant d'échanger avec le groupe.
2. Parler discrètement dans les groupes pour respecter le travail des autres groupes et des classes voisines.
3. Poser des questions :
 - à soi-même.
 - aux membres du petit groupe.
 - aux autres groupes quand la mise en commun a été décidée.
4. Arrêter de parler quand :
 - le professeur s'adresse à toute la classe.
 - un groupe expose son travail.
5. Présenter le travail demandé de manière claire, agréable, explicite pour un public non informé.
6. Chacun est responsable du produit du travail de son groupe.

ANNEXE 1

RECONNAISSANCE DE CERTAINS TYPES DE FONCTIONS

Dans les exemples suivants, une fonction est représentée par une phrase. Vous allez chercher pour chaque fonction la variable, l'image et l'expression de cette image en fonction de la variable. Vous présenterez les résultats dans le tableau ci-après.

1. longueur de la circonférence d'un cercle en fonction du rayon
2. mesure de l'aire du disque en fonction du rayon
3. distance parcourue par un piéton se déplaçant à 6 km/h en fonction du temps
4. longueur d'un rectangle en fonction de sa largeur lorsque son aire est constante et mesure 2 m^2
5. montant de la facture téléphonique qui comprend 6,03 € d'abonnement mensuel
6. à tout nombre réel (différent de 0) on associe l'opposé de son inverse
7. mesure de l'aire du carré en fonction du côté
8. à tout nombre réel on fait correspondre le double de son cube
9. montant de la prime d'un représentant lorsqu'elle s'élève mensuellement à 5 % du montant de ses ventes
10. salaire d'un représentant lorsqu'il touche mensuellement un fixe de 1 000 € plus 2 % du montant de ses ventes.
11.

Exemple n°	Variable	Image	Formule
1	le rayon r	la circonférence $C(r)$	$C(r) = 2 \pi r$
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Grouper les formules qui se ressemblent et donner pour chaque groupe une formule générale.

	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	
			
			
Formule générale			

Ce dernier tableau est donné avec la consigne après la mise en commun et la correction du premier tableau.