

Courrier des lecteurs

Christine FEUILLET nous écrit du lycée de Brive Objet la lettre suivante :

Dans l'article de PY-MATH N°3 "introduction à la loi normale en STAE-STPA" j'ai apprécié de découvrir la loi normale. Les explications sont très claires et l'activité permet de bien comprendre le phénomène. Ce qui m'a manqué c'est de pouvoir justifier que $p(U < u)$ et $p(U \leq u)$ sont égales.

Réponse.

Dans le programme de STAE-STPA, on rencontre deux types de variables aléatoires. Cette notion de variable aléatoire n'apparaissant que dans les commentaires du programme¹.

1) Variable aléatoire discrète.

Exemple du lancer d'un dé supposé parfait. Si on note X la variable prenant pour valeur le numéro indiqué par la face supérieure, X ne peut prendre que les valeurs de l'ensemble $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$.

Dans ce cas les probabilités suivantes $p(X < 4)$ et $p(X \leq 4)$ ne sont pas égales, puisque la probabilité que X prenne la valeur 4 n'est pas nulle.

On a $p(X \leq 4) = p(X < 4) + p(X = 4)$.

2) Variable aléatoire continue.

Lorsqu'une variable aléatoire X peut prendre toute valeur d'un intervalle non vide I , nous ne pouvons pas parler de probabilité pour une valeur particulière de X , à moins que nous disions que cette probabilité est nulle.

(La somme des probabilités étant égale à 1 et X pouvant prendre une infinité de valeurs).

Par exemple notons X la variable aléatoire prenant pour valeur le poids d'un veau à la naissance pris dans une population donnée.

La probabilité que X prenne une valeur particulière, par exemple 44,251 ou 44 est nulle.

Nous pouvons seulement définir la probabilité que X prenne les valeurs d'un intervalle donné.

Par exemple, on pourra calculer la probabilité que le poids soit compris entre 44 et 44,251.

Nous obtiendrons ainsi que $p(X \in [44 ; 44,251]) = p(X \in]44 ; 44,251[)$

Remarque : La probabilité que la valeur prise par X soit située dans l'intervalle $[a ; b]$ (ou $]a ; b[$) est égale à l'intégrale suivante :

$$\int_a^b f(x).dx \quad \text{où } f \text{ est la densité de probabilité.}$$

La notion de densité de probabilité n'est pas au programme des classes STAE-STPA.

¹ Extrait de la colonne *COMMENTAIRES* du programme de Bac Techno STAE : "L'étude générale des variables aléatoires et des lois de probabilité est hors programme mais sur des exemples simples, on pourra introduire la notion de variable aléatoire et utiliser les notations qui s'y rapportent telle que : $p(X = k)$ ".