ACTIVITES D'INTRODUCTION AUX EQUATIONS DU SECOND DEGRE

Les élèves ont une fiche sur laquelle figure le texte *en italique*.

EXERCICE N°1

Le papyrus de BERLIN (1850 av JC) est un des trois principaux documents permettant d'avoir une connaissance des mathématiques égyptiennes.
Ce papyrus contient le problème suivant :
« Diviser 100 en deux carrés, le coté de l'un étant les trois quarts de l'autre. »
Exprimer ce problème en termes géométriques, puis résoudre ce problème.

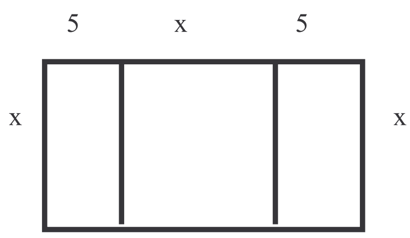
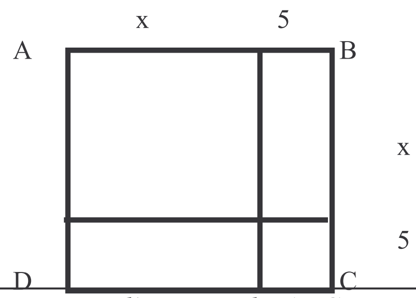
Commentaires :

Première difficulté : « traduire en termes géométriques » ; très vite la traduction « Il faut faire un dessin » est faite.
Le problème est ensuite exprimé sous la forme d'une équation. La valeur cherchée est un réel positif, car c'est une longueur.
L'exercice nous a permis de revoir la résolution, dans un cadre général, des équations de la forme $x^2 = a$, en insistant sur le fait que l'équation $x^2 = 4$ admet deux solutions qui sont : 2 et -2.

EXERCICE N°2

Les mathématiciens arabes se posaient le problème suivant :
« Construire un carré de coté x et sur deux cotés de ce carré, deux rectangles de cotés x et 5, tels que la somme totale des aires soit égale à 39. »

On peut traduire cet énoncé par les deux figures ci-dessous :

Figure 1	*Figure 2*
	
Exprimer en fonction de x l'aire de cette figure. *Peut-on en déduire x ?*	*Donner l'aire totale ABCD.* *En déduire la valeur de x.*

Commentaires :

A partir de la figure 1, $(x^2 + 10\,x)$ apparaît comme la somme des aires du carré et des deux rectangles. Cette somme est 39. Le problème s'écrit donc sous la forme : $x^2 + 10x = 39$.
Les élèves vont travailler par tâtonnement.

A partir de la figure 2, le carré de côté (x+5) apparaît naturellement et son aire peut s'exprimer soit sous la forme $(x+5)^2$, soit sous la forme 39+25.

L'équation s'exprime donc sous la forme $(x+5)^2 = 64$.

Il y a équivalence entre les deux équations trouvées, (c'est l'occasion d'insister sur la signification de cette équivalence).
La solution est donc 3, car la valeur cherchée est un nombre positif (c'est une longueur). Il est indispensable d'insister sur ce dernier point.

Facultatif APPLICATIONS.

Résoudre avec la même méthode (en faisant, à chaque fois, les figures) les équations suivantes :

$$x^2 + 16x - 105 = 0$$
$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

Suite à ces exercices, l'enseignant réalise une synthèse de cours conduisant aux formules, puis à l'utilisation du formulaire.
Des exemples d'applications directes sont à faire, pour la séance suivante.

EXERCICE N°3

DIOPHANTE était un mathématicien qui a vécu à ALEXANDRIE, il a posé le problème suivant :
« Trouver deux nombres tels que leur somme et leur produit forment deux nombres donnés. »

Exemple : Trouver deux nombres tels que leur somme soit 20 et leur produit 96.

La difficulté est de mettre le problème en équation (deux inconnues x et y), puis de résoudre ce problème à l'aide d'une équation du second degré.