Faut-il en publier ?

Contrairement aux précédents, ce bulletin ne contient pas de sujet d'examen. Les amateurs consulteront avec profit la conférence MATH-INFO sur educagri.fr (comment, vous n'êtes pas encore inscrit ? faites le sans tarder) ; de sympathiques collègues ont pris l'habitude d'y déposer les sujets (scannés), juste après les épreuves. Merci à eux.

On trouve également sur cette conférence, quelques sujets donnés en CCF. Leurs auteurs les y déposent dans un esprit d'échange et de partage : "Bien (je l'espère !) ou mal (je ne suis pas infaillible !), je vous montre ce que j'ai fait et j'aimerais savoir ce que vous, mes collègues, avez réalisé dans le genre." Tant sur la forme que sur le fond, chacun peut puiser dans les textes publiés, des idées éventuelles pour enrichir ou faire évoluer ses propres productions. A chacun aussi, et selon ses moyens, de renvoyer l'ascenseur !

C'est dans cet état d'esprit que PYMATH publie, "récupéré" auprès d'un collègue enseignant en bac techno, non pas un sujet de CCF mais un sujet…tel qu'il a donné en CCF.

EXERCICE N°1

PARTIE A

La courbe C donnée en annexe est la représentation graphique dans un repère orthogonal d'une fonction polynôme f du troisième degré. La droite T est tangente à C au point A de coordonnées x = 10 et y = $\frac{100}{3}$ et passe par le point N de coordonnées $\left(13\,;\frac{10}{3}\right)$.

La fonction f est définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\,;12]$.

Dans tout l'exercice, la fonction dérivée de la fonction f est notée f'.

1. Lecture graphique

a) Déterminer, par lecture graphique, les valeurs des nombres réels suivants :
$f(0)$, $f'(0)$ et $f'(8)$.

b) Calculer $f'(10)$.

c) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$ et l'inéquation $f'(x) > 0$.

2. Expression de la fonction f

L'expression de la fonction f est de la forme : $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ où a, b, c et d sont des nombres réels avec $a\neq 0$.

a) Déduire des questions précédentes, un système d'équations que les constantes a, b, c et d doivent vérifier.

b) En déduire l'expression de $f(x)$.

3. Etude de la fonction *f*

On admettra dans cette partie que la fonction f est définie sur l'intervalle $[-2;12]$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + 2x^2$$

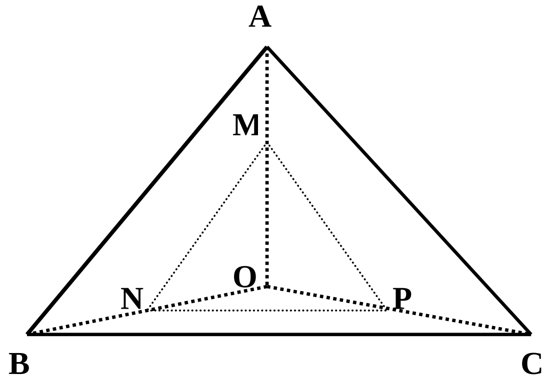
a) Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f .

b) Etablir le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-2;12]$.

c) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[-2;12]$.

PARTIE B

Soit $OABC$ un tétraèdre dont les faces OAB, OAC et OBC sont trois triangles rectangles en O. On donne : $OA = 12$ *cm* et $OB = OC = 10$ *cm*.
M, N et P sont trois points appartenant respectivement aux segments $[OA], [OB]$ et $[OC]$ tels que : $ON = OP = AM = x$ (x est exprimé en cm).



1) Quelles sont les valeurs possibles de x ? On notera I l'ensemble de ces valeurs.
2) Montrer que pour tout x appartenant à I, l'expression en fonction de x du volume $V(x)$ du tétraèdre $ONPM$ est telle que : $V(x) = f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la partie A.
3) Déduire de l'étude de f réalisée dans la partie A qu'il existe une valeur de x pour laquelle le volume du tétraèdre $ONPM$ est maximal. Si x prend cette valeur, quelles sont alors les dimensions du tétraèdre et quel est son volume ?

EXERCICE N°2

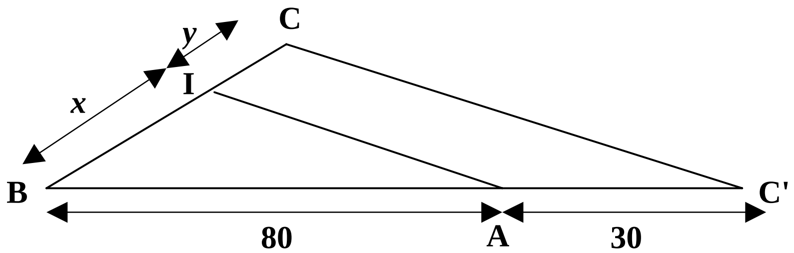
On rappellera à chaque fois la formule utilisée.
Une parcelle de terrain a la forme d'un triangle ABC.
Les longueurs sont exprimées en mètres. On note a la longueur du segment $[BC]$, b celle de $[AC]$ et c celle de $[AB]$. On suppose que : $b = 30$, $c = 80$ et $B\hat{A}C = 60°$.

PARTIE A

1) Déterminer la longueur du segment $[BC]$.
2) Quelle est la mesure, en degrés, de l'angle $C\hat{B}A$? En déduire celle de l'angle $B\hat{C}A$.
(on arrondira les résultats à 10^{-1}).
3) Déterminer l'aire du terrain.

PARTIE B

Soit C' le point de la droite (AB) tel que $AC' = 30$ et que A soit entre B et C'.
Par A, on mène la parallèle à (CC') qui rencontre (BC) en I.
On pose : $x = IB$ et $y = IC$. On suppose que : BC **= 70**.
Le but de cette partie est de déterminer les longueurs IB et IC.



1. Montrer que : $3x = 8y$.

2. Résoudre le système (S) $\begin{cases} x + y = 70 \\ 3x - 8y = 0 \end{cases}$

3. Déduire de ce qui précède, les longueurs IB et IC.

EXERCICE N°3

1. On a relevé les notes certificatives de mathématiques des élèves d'une classe de Première STPA. Les résultats sont les suivants :

Notes	**3**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**15**	**16**
Effectifs	**1**	**1**	**2**	**4**	**5**	**7**	**6**	**4**	**3**	**2**	**1**	**1**

Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la moyenne des notes des élèves de cette classe.

2. Dans deux autres classes de Première comportant respectivement 30 et 35 élèves, les moyennes obtenues lors de ce même certificatif sont égales à 9,8 et 10,5.
Quelle est la moyenne des notes obtenues lors de ce certificatif par les élèves des trois classes?

ANNEXE

La courbe C et la tangente T