ECOLE NATIONALE DE FORMATION AGRONOMIQUE
TOULOUSE-AUZEVILLE

N° 24

Mai 2015

PY-MATH

le bulletin du groupe de réflexion sur l'enseignement des mathématiques

en Quatrième et Troisième de l'Enseignement Agricole, Secondes générale et professionnelle, Bac Pro, Bac Techno, filière S et BTSA

PY-MATH

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE ET DE L'AGROALIMENTAIRE

ENSEIGNEMENT AGRICOLE 100% nature
FORMATIONS AUX MÉTIERS DE L'AGRICULTURE, DE LA FORÊT, DE LA NATURE ET DES TERRITOIRES

http://www.enfa.fr/r2math

Sommaire

	4e et 3e de l'EA	Seconde Pro	Bac Pro	Seconde GT	Bac Techno	Filière S	BTSA	Enseignants
Algorithmique au lycée Thème 1 : probabilités .... page 3					☒	☒		
Algorithme d'extraction de racines carrées..... page 17								☒
Compte-rendu d'une séquence d'accompagnement personnalisé en Seconde GT.. page 21				☒				
Mathématiques financières ..... page 31							☒	
Les tests statistiques avec une calculatrice ou GeoGebra (partie 3) ..... page 41							☒	
Trilogie de correction en BTSA ..... page 51							☒	
Latex, le traitement de texte pour les mathématiciens ..... page 59								☒

Membres du groupe ayant participé à ce bulletin PY-MATH n°24

CHAPUT	Brigitte	ENFA de TOULOUSE AUZEVILLE
FERRER	Christelle	LEGTA de NÎMES RODILHAN
GARCIA	Jean-Philippe	LEGTA d'AUXERRE
GARDIENNET	Alain	LEGTA de PLOMBIÈRES-LES-DIJON
JUGAN	Delphine	LEGTA de SAINT-HERBLAIN
LE BASTARD	Yannick	LEGTA de MONTPELLIER
LECLERCQ	Fabrice	LEGTA du PAS-DE-CALAIS
MASOUNAVE	Alice	LEGTA de PAU MONTARDON
QUET	Guillaume	LEGTA d'AUBENAS
ROUGER	Valérie	LEGTA de BOURG-EN-BRESSE
SICRE	Nathalie	LPA de SAINT-AFFRIQUE
THOMAS	Emmanuelle	LEGTA d'AVIGNON
TRONCHE	Geneviève	LEGTA de BRIVE OBJAT
WAGNER	Sylvain	LEGTA de MIRECOURT

ALGORITHMIQUE AU LYCÉE
Thème 1 - Probabilités

Après une initiation à l'algorithmique et à la programmation au cours de l'année de seconde, les élèves peuvent utiliser les connaissances acquises (utilisation de boucles et d'instructions conditionnelles) pour répondre à des problèmes mathématiques résolubles au niveau du lycée (ou non !). Le choix des problèmes à proposer dépend évidemment de l'expérience acquise, de la réactivité de la classe et du langage de programmation choisi par l'enseignant.
Nous vous proposons ici un premier article sur le thème des probabilités, deux autres à suivre dans les prochains bulletins porteront sur les thèmes analyse et géométrie.
Le thème des probabilités est très riche en applications et peut donner lieu à de jolis problèmes de modélisation. Il convient néanmoins d'être progressif dans leur présentation et dans ce qui peut être donné à chercher. Nous balayons les programmes de Première et Terminale des filières S ou STAV, en débordant parfois du côté des enseignants, avec des situations à présenter en classe pour *aiguiser l'appétit* des élèves. Ce côté *mettre les maths en situation* est particulièrement riche pédagogiquement et peut donner lieu à de mini-projets à caractère interdisciplinaire.
Les algorithmes écrits en langage naturel ont volontairement des présentations variées.

Exercice 1 : Loi binomiale (niveau STAV)

Un jardinier amateur plante 10 graines de rose. Une étude statistique a montré que la probabilité de germination de chaque graine est de 0,4. Par ailleurs les germinations sont supposées indépendantes.

Question 1 : Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de graines ayant germé sur les 10 graines plantées. Justifier que X suit une loi binomiale dont vous préciserez les paramètres.

Question 2 : On propose l'algorithme suivant :

Entrée
Affecter à n la valeur 10
Affecter à S la valeur 0
Affecter à R la valeur 0
Traitement
Pour k variant de 0 à 2 faire
Affecter à S la valeur $S+\binom{n}{k}0{,}4^k \times 0{,}6^{n-k}$
Fin **Pour**
Affecter à R la valeur $1-S$
Sortie
Afficher R

a) - Tester cet algorithme en remplissant le tableau ci-dessous :

Étape	k	S
Entrée		0
1re exécution de la boucle	0	……..
2e exécution de la boucle	1	……...
3e exécution de la boucle	2	…….

R = ……..

b) - A quoi correspond le résultat renvoyé par cet algorithme ?

Question 3 : Modifier l'algorithme précédent pour calculer la probabilité qu'au moins cinq graines germent si le jardinier plante 15 graines et que la probabilité de germination de chaque graine est de 0,7.

Éléments de solutions

Question 1

Démarche classique (répétition de 10 expériences de Bernoulli indépendantes...), X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}4$.

Ainsi, pour tout entier k compris entre 0 et 10, on a $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Question 2

L'algorithme renvoie comme valeur

$$1-\left(\binom{10}{0}0{,}4^0\times 0{,}6^{10}+\binom{10}{1}0{,}4^1\times 0{,}6^9+\binom{10}{2}0{,}4^2\times 0{,}6^8\right)$$

c'est-à-dire $P(X\geq 3)$, la probabilité qu'au moins 3 graines aient germé.

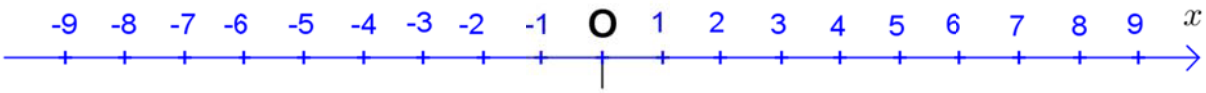
Question 3

Ici, X suit la loi binomiale de paramètres $n = 15$ et $p = 0{,}7$ et on cherche $P(X\geq 5)$.

L'algorithme précédent se modifie alors ainsi :

Entrée	Affecter à n la valeur 15 Affecter à S la valeur 0 Affecter à R la valeur 0
Traitement	**Pour** k variant de 0 à 4 faire Affecter à S la valeur $S+\binom{n}{k}0{,}7^k\times 0{,}3^{n-k}$ Fin **Pour**
Sortie	Affecter à R la valeur $1-S$ Afficher R

Exercice 2 : Une marche aléatoire (niveau Première S)



Un mobile part de l'origine O et effectue, chaque seconde, un saut d'une unité vers la gauche ou vers la droite avec la même probabilité. On note x_t son abscisse à l'instant t (en secondes).

Question 1 : Écrire un algorithme qui demande à l'utilisateur de saisir l'entier t ($t \geq 0$), et qui calcule et affiche l'abscisse x_t du mobile à l'instant t.

Question 2 : Justifier que la probabilité que le mobile retourne à l'origine est nulle si t est impair.

Question 3 : Écrire un algorithme qui simule **une** marche aléatoire et qui renvoie la valeur de t pour laquelle la particule revient pour la première fois à l'origine.

Question 4 : Modifier l'algorithme précédent de manière à simuler **un nombre** N de marches aléatoires (N saisi par l'utilisateur), et à calculer le temps moyen de premier retour à l'origine pour la particule.

Éléments de solutions

On donne les solutions sous forme de pseudo-code et une implémentation en langage Python. Cet exercice se programme aussi bien sur calculatrices TI 83 ou CASIO 35 + USB.

Question 1

Algorithme en langage naturel		Programme avec Python
Variables :	t est un entier naturel	from random import *
	i est un entier naturel	x = 0
	x est un entier relatif	t = int(input("saisir t"))
	k est un entier aléatoire entre 1 et 2	i = 0
Initialisation :	**Lire** t	while i < t :
	x prend la valeur 0	k = randint(1 , 2)
	i prend la valeur 0	if k = = 1
Traitement :	**Tant que** i < t	x = x – 1
	k prend aléatoirement la valeur 1 ou 2	else :
	Si $k = 1$	x = x + 1
	Alors x prend la valeur $x - 1$	i = i + 1
	Sinon x prend la valeur $x + 1$	print("x = " , x)
	Fin **Si**	
	i prend la valeur $i + 1$	
	Fin **Tant que**	Attention ! utiliser = = et pas = pour la condition
Sortie :	**Afficher** x	

Programme avec TI 83		Programme avec Casio 35 + USB	
Prompt T	X – 1 → X	? → T	Else X + 1 → X
0 → X	Else	0 → X	IfEnd
0 → I	X + 1 → X	0 → I	I + 1 → I
While I < T	End	While I < T	WhileEnd
entAléat(1 , 2) → K	I + 1 → I	RanInt # (1 , 2) → K	X◢
If K = 1	End	If K = 1	
Then	Disp X	Then X – 1 → X	

Notons qu'en Python, on doit importer dès le départ la bibliothèque random *via la commande* from random import * *(cela permet de se servir de toutes les fonctions prédéfinies de cette bibliothèque).*

La commande randint(*a* , *b*) *renvoie un entier (pseudo-)aléatoire entre a et b inclus. On peut interpréter la marche aléatoire comme étant le résultat (sur t observations) d'une succession de t lancers d'une pièce équilibrée. 1 symbolise* "pile"*: on se déplace vers la gauche d'une unité, et 2 symbolise* "face" *: on se déplace vers la droite d'une unité. Quelques tests effectués par le professeur avec une pièce peuvent être éclairants.*

Question 2

Partant de l'origine, le nombre de déplacements pour y revenir est nécessairement pair (avec 2 déplacements minimum). Un raisonnement par l'absurde amène immédiatement à une contradiction.

Question 3

Ligne	Algorithme en langage naturel	Programme avec Python
	Variables : x est un entier relatif k est un entier aléatoire parmi 1 et 2 t est un entier strictement supérieur à 1	from random import * k = randint(1 , 2) if k = = 1 :
1	**Traitement :** Affecter à k aléatoirement la valeur 1 ou 2	x = – 1
2	**Si** $k = 1$	else :
3	**Alors** Affecter à x la valeur – 1	x = 1
4	**Sinon** Affecter à x la valeur 1	t = 1
5	Fin **Si**	while x ! = 0 :
6	Affecter à t la valeur 1	k = randint(1 , 2)
7	**Tant que** $x \neq 0$	if k = = 1 :
	Affecter à k aléatoirement la valeur 1 ou 2	x = x – 1
	Si $k = 1$	else :
	Alors Affecter à x la valeur $x - 1$	x = x + 1
	Sinon Affecter à x la valeur $x + 1$	t = t + 1
	Fin **Si**	print("temps de premier retour :" , t)
	Affecter à t la valeur $t + 1$	
	Fin **Tant que**	
	Sortie : **Afficher** t	

Programme avec TI 83		Programme avec Casio 35 + USB	
entAléat(1 , 2) → K	entAléat(1 , 2) → K	RanInt # (1 , 2) → K	Then X – 1 → X
If K = 1	If K = 1	If K = 1	Else X + 1 → X
Then	Then	Then – 1 → X	IfEnd
– 1 → X	X – 1 → X	Else 1 → X	T + 1 → T
Else	Else	IfEnd	WhileEnd
1 → X	X + 1 → X	1 → T	T◢
End	End	While X ≠ 0	
1 → T	T+1 → T	RanInt # (1 , 2) → K	
While X ≠ 0	End	If K = 1	
	Disp T		

Remarque : *La particule a pour abscisse initiale 0 ;* ***avant de parler de son retour à l'origine, il est nécessaire qu'elle ait effectué un premier déplacement****. D'où la nécessité des lignes 1 à 6. La variable t prend ainsi la valeur 1 (ligne 7). Les lignes suivantes décrivent le déplacement de la particule, qui va s'arrêter dès qu'elle sera revenue à l'origine pour la première fois (une boucle* ***Tant que*** *est nécessaire).*

Question 4

Il s'agit de répéter le script de la question précédente N fois. On obtient ainsi une structure de boucles imbriquées. On pourra le tester avec $N = 100$.

Algorithme en langage naturel	Programme avec Python
Variables : N, i et t sont des entiers naturels x est un entier relatif k est un entier aléatoire parmi 1 et 2 *temps_total* est un entier naturel **Initialisation :** Lire N Affecter à *temps_total* la valeur à 0 **Traitement :** **Pour** i variant de 1 à N Affecter à x la valeur 0 Affecter à k aléatoirement la valeur 1 ou 2 **Si** $k = 1$ **Alors** Affecter à x la valeur -1 **Sinon** Affecter à x la valeur 1 Fin **Si** Affecter à t la valeur 1 **Tant que** $x \neq 0$ Affecter à k aléatoirement la valeur 1 ou 2 **Si** $k = 1$ Alors Affecter à x la valeur $x - 1$ **Sinon** Affecter à x la valeur $x + 1$ Fin **Si** Affecter à t la valeur $t + 1$ Fin Tant que Affecter à *temps_total* la valeur *temps_total* + t Fin **Pour** **Sortie :** **Afficher** *temps_total*/N	from random import * N = int(input("Nombre d'expériences à effectuer ?")) temps_total = 0 for i in range(N) : x = 0 k = randint(1 , 2) if k = = 1 : x = – 1 else : x = 1 t = 1 while x != 0 : k = randint(1 , 2) if k = = 1 : x = x – 1 else : x = x + 1 t = t + 1 temps_total = temps_total + t print("Temps moyen de premier retour :" , temps_total/N)

Dans les programmes TI ou Casio, la variable *temps_total* est nommée par la lettre Y

Programme avec TI 83		Programme avec Casio 35 + USB	

Prompt N
0 → Y
For(I , 1 , N)
0 → X
entAléat(1 , 2) → K
If K = 1
Then
– 1 → X
Else
1 → X
End
1 → T
	While X ≠ 0
	entAléat(1 , 2) → K
	If K = 1
	Then
	X – 1 → X
	Else
	X + 1 → X
	End
	T + 1 → T
	End
	Y + T → Y
	End
	Disp Y/N
		? → N
		0 → Y
		For 1 → I To N
		0 → X
		RanInt # (1 , 2) → K
		If K = 1
		Then – 1 → X
		Else 1 → X
		IfEnd
		1 → T
		While X ≠ 0
		RanInt # (1 , 2) → K
		If K = 1
			Then X – 1 → X
			Else X + 1 → X
			IfEnd
			T + 1 → T
			WhileEnd
			Y + T → Y
			Next
			Y/N ◢

Exercice 3 : Autre marche aléatoire avec temps d'arrêt (niveau Première S)

Une souris peut se déplacer dans un tunnel muni de deux portes. La première peut s'ouvrir dans les deux sens et la seconde uniquement dans un sens.

On modélise cette situation de la façon suivante : Un mobile se déplace de façon aléatoire sur un axe. À chaque instant, il se trouve en l'un des points O, A, B d'abscisses respectives 0, 1, 2.

- Si à l'instant n, il se trouve en O, alors à l'instant $n+1$, il se trouve obligatoirement en A.
- Si à l'instant n, il se trouve en A, alors à l'instant $n+1$, il se trouve soit en O, soit en B avec la même probabilité.
- Si à l'instant n, il se trouve en B, alors à l'instant $n+1$, il se trouve obligatoirement en B.

On appelle Y la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de déplacements nécessaires au mobile pour atteindre le point B.

Question 1

1) Écrire un algorithme en langage naturel, que vous implémenterez dans un langage informatique de votre choix demandant à l'utilisateur :
   a) de saisir le nombre n de répétitions de l'expérience aléatoire qui consiste à observer le mobile jusqu'à ce qu'il atteigne le point B,
   b) qui calcule le nombre moyen de déplacements nécessaires pour que le mobile atteigne B au cours de ces n expériences.

2) Vous testerez ce programme avec $n = 20\,000$.

3) En déduire une estimation de l'espérance de Y.

La situation précédente se généralise aisément.
Dans le cas présent, on suppose le tunnel muni de P portes ($p \geq 3$). L'abscisse du mobile varie donc entre 0 (position à l'origine) et P.

Les règles de parcours sont adaptées du cas particulier précédent.
On modélise cette situation de la façon suivante : Un mobile se déplace de façon aléatoire sur un axe. À chaque instant, il se trouve en l'un des points A_0, A_1,…, A_P d'abscisses respectives 0, 1,..., P.

- Si à l'instant n, il est en A_0, alors à l'instant $n+1$, il est obligatoirement en A_1.
- Si à l'instant n, il est en A_j ($1 \leq j \leq P-1$), alors à l'instant $n+1$, il est soit en A_{j-1}, soit en A_{j+1} avec la même probabilité.
- Si à l'instant n, il est en A_P, alors à l'instant $n+1$, il est obligatoirement en A_P.

Question 2

1) Écrire un algorithme en langage naturel, que vous implémenterez dans un langage informatique de votre choix demandant à l'utilisateur :
   a) de saisir le nombre P de portes du tunnel,
   b) de saisir le nombre n de répétitions de l'expérience aléatoire qui consiste à observer le mobile jusqu'à ce qu'il atteigne le point A_P,
   c) qui calcule le nombre de déplacements moyen nécessaires pour que le mobile atteigne A_P au cours de ces n expériences.

2) Compléter le tableau suivant en prenant $n = 20\,000$.

Nombre P de portes	2	3	4	5	6
Nombre moyen de déplacements pour atteindre A_P					

3) En déduire une relation possible liant E(Y) à P.

Éléments de solutions :

Analyse

L'expérience aléatoire consiste à observer le cheminement du mobile jusqu'à ce que ce dernier atteigne le point B. Il faudra bien prendre en compte les données de l'énoncé, à savoir : si le mobile est en O, son abscisse est automatiquement incrémentée de 1 ; s'il est en A son abscisse peut soit augmenter, soit diminuer de 1 de manière équiprobable, et s'il est en B, il y reste. On observera sur un grand nombre n de répétitions de cette expérience le temps de parcours, et on en déduira le temps moyen de parcours pour aller de O à B.

Question 1

On donne d'abord un algorithme modélisant une unique expérience et qui calcule le nombre de déplacements nécessaire pour atteindre B. Notons que nous pouvons simuler ceci *à la main* à l'aide d'une pièce équilibrée avant de passer à la programmation informatique. Il s'agit par ailleurs d'un excellent moyen pratique de concevoir l'algorithme demandé en analysant à chaque étape ce qui se passe : "*J'avance de O en A.*" ; lancer d'une pièce au niveau de A ; "*Si je fais* pile*, j'avance en B sinon je recule en O (et donc je reviens aussitôt en A au coup d'après)...*", "*Arrivé en B, je m'arrête.*".

Algorithme pour une marche	**Programme avec Python**

Variables : x est un entier entre 0 et 2
k est un entier aléatoire parmi 1 et 2
y est un entier naturel
Initialisation : x prend la valeur 0
y prend la valeur 0
Traitement : **Tant que** $x < 2$
Si $x = 0$
Alors x prend la valeur 1
Sinon k prend la valeur d'un entier aléatoire parmi 1 et 2
Si $k = 1$
Alors x prend la valeur $x + 1$
Sinon x prend la valeur $x - 1$
Fin **Si**
Fin **Si**
y prend la valeur $y + 1$
Fin **Tant que**
Sortie : **Afficher** « nombre de déplacements : » , y
	from random import *
	x = y = 0
	while x < 2 :
	  if x == 0 :
	  x = 1
	  else :
	  k = randint(1 , 2)
	  if k = = 1 :
	  x = x + 1
	  else :
	  x = x – 1
	  y = y + 1
	print("nombre de déplacements : " , y)

Programme avec TI 83	Programme avec Casio 35 + USB

```
0 → X
0 → Y
While X < 2
If X = 0
Then
1 → X
Else
entAléat(1 , 2) → K
If K = 1
Then
X + 1 → X
Else
X – 1 → X
End
End
Y + 1 → Y
End
```

```
0 → X
0 → Y
While X < 2
If X = 0
Then 1 → X
Else RanInt # (1 , 2) → K
If K = 1
Then X + 1 → X
Else X – 1 → X
IfEnd
IfEnd
Y + 1 → Y
WhileEnd
```

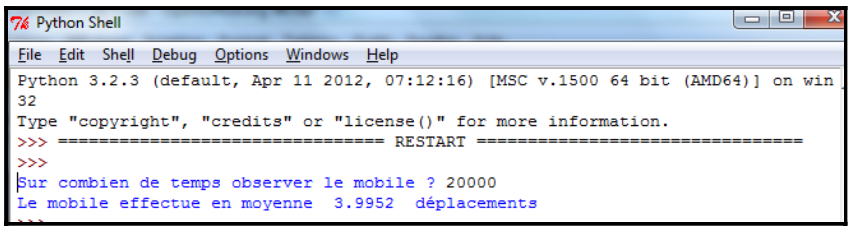
Pour répéter ceci sur *n* expériences, nous avons besoin de trois variables supplémentaires *i*, *n* et *d*, le nombre de déplacements total, pour calculer le nombre moyen de déplacements par marche.

Algorithme pour *n* marches	Programme avec Python

Variables : *d*, *i*, *n* et *y* sont des entiers naturels
x est un entier entre 0 et 2
k est un entier aléatoire parmi 1 et 2
Initialisation : *d* prend la valeur 0
Demander la valeur de *n*
i prend la valeur 0
Traitement : **Tant que** *i* < *n*
x prend la valeur 0
y prend la valeur 0
Tant que *x* < 2
Si *x* = 0
Alors *x* = 1
Sinon *k* prend aléatoirement la valeur 1 ou 2
Si *k* = 1
Alors *x* prend la valeur *x* + 1
Sinon *x* prend la valeur *x* – 1
Fin **Si**
Fin **Si**
y prend la valeur *y* + 1
Fin **Tant que**
d prend la valeur *d* + *y*
i ← *i*+1
Fin **Tant que**
Sortie : **Afficher** « temps moyen : » , *d*/*n*

```
from random import *
d = 0
n = int(input("Nombre  d'expériences à effectuer ?"))
i = 0
while i < n :
   x = y = 0
   while x < 2 :
      if x = = 0 :
         x = 1
      else :
         k = randint(1 , 2)
         if k = = 1 :
            x = x + 1
         else :
            x = x – 1
      y = y + 1
   d = d + y
   i = i + 1
print("temps moyen : " , d/n)
```

En testant ce programme avec *n* = 20 000, on obtient que le nombre moyen de déplacements nécessaires pour atteindre B est approximativement de 4, ce qui donne une estimation de l'espérance mathématique de *Y*.



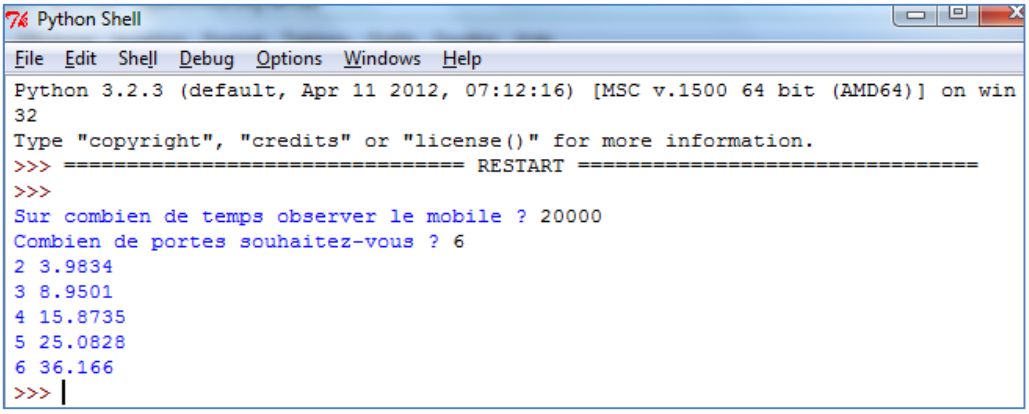
Programme avec TI 83		Programme avec Casio 35 + USB	
0 → D Prompt N 0 → I While I < N 0 → X 0 → Y While X < 2 If X = 0 Then 1 → X Else entAléat(1 , 2) → K If K = 1	Then X + 1 → X Else X – 1 → X End End Y + 1 → Y End D + Y → D I + 1 → I End Disp D/N	0 → D ? → N 0 → I While I < N 0 → X 0 → Y While X < 2 If X = 0 Then 1 → X Else RanInt # (1 , 2) → K If K = 1 Then X + 1 → X Else X – 1 → X	End End Y + 1 → Y End D + Y → D I + 1 → I End D/N◢

Question 2

L'algorithme demandé généralise naturellement le précédent. Il suffit de modifications mineures pour l'écrire à partir du précédent.

Algorithme	Programme avec Python
Variables : d, i, n, x, P et y sont des entiers naturels k est un entier aléatoire parmi 1 et 2 **Initialisation :** d prend la valeur 0 Saisir P Saisir n i prend la valeur 0 **Traitement :** **Tant que** $i < n$ x prend la valeur 0 y prend la valeur 0 **Tant que** $x < P$ **Si** $x = 0$ **Alors** $x = 1$ **Sinon** k prend la valeur d'un entier aléatoire : 1 ou 2 **Si** $k = 1$ **Alors** x prend la valeur $x + 1$ **Sinon** x prend la valeur $x - 1$ Fin **Si** Fin **Si** y prend la valeur $y + 1$ Fin **Tant que** d prend la valeur $d + y$ i prend la valeur $i + 1$ Fin **Tant que** **Sortie :** **Afficher** « temps moyen : » , d/n	from random import * y = 0 P = int(input("Combien de portes ?")) n = int(input("Nombre d'expériences à effectuer ?")) i = 0 while i < n : x = y = 0 while x < P : if x = = 0 : x = 1 else : k = randint(1 , 2) if k = = 1 : x = x + 1 else : x = x – 1 y = y + 1 d = d + y i = i + 1 print("temps moyen : " , d/n)

En utilisant un programme un peu plus élaboré (mais identique au niveau des performances et du résultat) que celui présenté juste avant, on obtient la série de résultats qui suit :



Le nombre de gauche représente le nombre de portes et celui de droite le temps moyen d'absorption en A_P. Ceci revient au même de tester le programme précédent en affectant à P plusieurs valeurs et en appuyant sur les touches Ctrl+F5 plusieurs fois de suite.

Il semble que l'espérance de Y soit égale à P^2, P désignant le nombre de portes. Autrement dit, le temps moyen de parcours pour aller de O à A_P semble être de P^2 secondes.

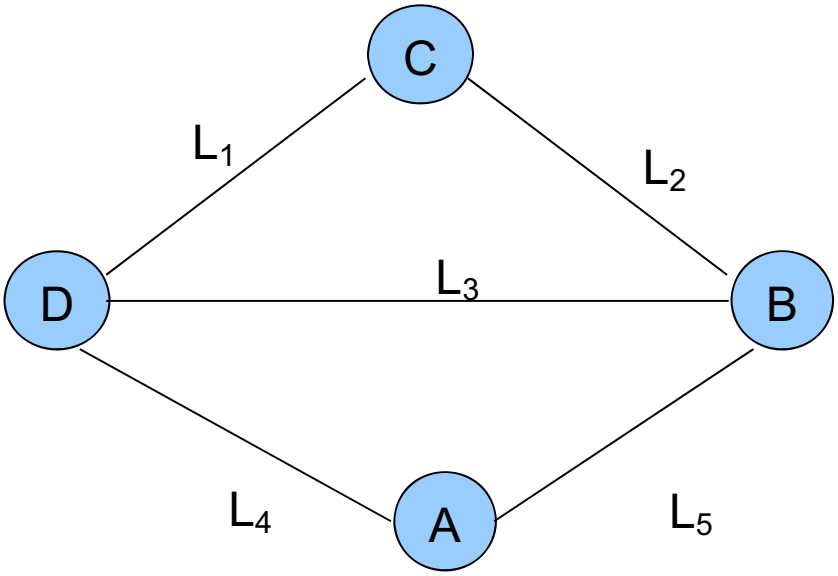
Programme avec TI 83	**Programme avec Casio 35 + USB**
0 → D Prompt P Prompt N 0 → I While I < N 0 → X 0 → Y While X < P If X = 0 Then 1 → X Else entAléat(1 , 2) → K If K = 1 Then X + 1 → X Else X – 1 → X End End Y + 1 → Y End D + Y → D I + 1 → I End Disp D/N	0 → D ? → P ? → N 0 → I While I < N 0 → X 0 → Y While X < P If X = 0 Then 1 → X Else RanInt # (1 , 2) → K If K = 1 Then X + 1 → X Else X – 1 → X End End Y + 1 → Y End D + Y → D I + 1 → I End D/N ◢

Exercice 4 : Modélisation d'un réseau d'information (niveau 1ère S)

Remarque :

Cet exercice, issu d'un article de la RMS et un peu plus ardu que les précédents, utilise la notion de liste, qui doit donc avoir été travaillée précédemment. L'algorithme reste néanmoins relativement court, ce qui peut le placer dans le cadre d'un TP d'une durée d'une heure trente à deux heures.

On considère un réseau de sommets ABCD (que l'on peut se représenter comme un réseau d'ordinateurs par exemple) reliés par des liaisons L_1 à L_5 comme représenté sur le schéma suivant.



Ce réseau a pour objet de transmettre de l'information de A vers D. Ces informations transitent par n'importe quel chemin en fonctionnement : par exemple $L_5L_2L_1$ est un chemin possible et il fonctionne si et seulement si les trois liaisons L_5, L_2 et L_1 fonctionnent.
Chaque liaison a la même probabilité p de fonctionnement durant une unité de temps. Durant chaque unité de temps, on considère qu'une liaison ne change pas d'état : ou bien elle reste en fonctionnement ou bien elle est en panne.

Les cinq liaisons sont indépendantes les unes des autres en ce qui concerne leurs pannes.

On dit que le réseau fonctionne durant une unité de temps si l'un des chemins possibles entre A et D a permis le passage de l'information entre ces points.

Créer un algorithme modélisant le fonctionnement du réseau sur n unités de temps que l'on implémentera informatiquement. En déduire une estimation de la probabilité de fonctionnement $f(p)$ du réseau en fonction de p. Pour ceci, on complétera le tableau suivant, en donnant à n la valeur 20 000.

p	$f(p)$
0	
0,1	
0,2	
0,3	

p	$f(p)$
0,4	
0,5	
0,6	
0,7	

p	$f(p)$
0,8	
0,9	
1	

Éléments de solutions

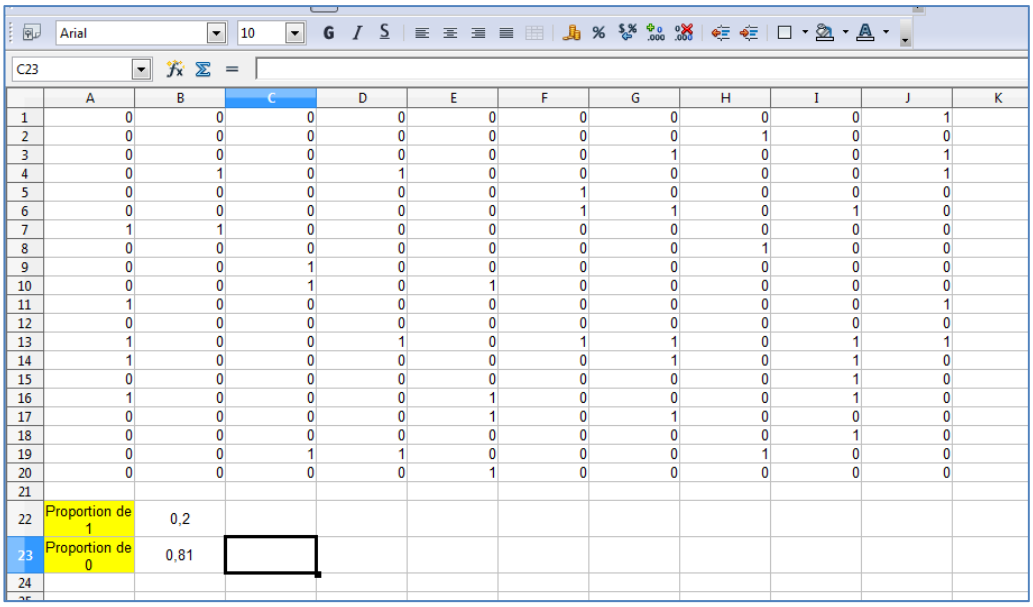
Analyse

Le but de l'algorithme est de modéliser le fonctionnement du réseau. Les différents chemins menant de A à D sont : L_4, L_5L_3 et $L_5L_2L_1$. Il s'ensuit d'après les hypothèses du texte que le circuit fonctionne au cours d'une unité de temps si et seulement si l'un au moins de ces chemins est opérationnel (on n'oriente pas les chemins)

- On va être amené à construire une matrice ligne de 5 éléments, chacun d'entre eux représentant l'état de la liaison : 1 pour en état de marche et 0 sinon. Par exemple [1 , 0 , 0 , 1 , 0] signifie que les chemins L_1 et L_4 sont en état de marche, mais pas L_2, ni L_3, ni L_5.
- Un problème se pose alors : Comment doit-on compléter aléatoirement la matrice ligne avec "1" et "0"? À ce moment, on doit prendre en compte les données du texte : chaque liaison a la même probabilité *p* de fonctionnement durant une unité de temps. L'idée est de procéder comme on le ferait dans un tableur pour générer des nombres en proportion déterminée à l'avance en utilisant une formule du type **`=SI(ALEA()<=0,2;1;0)`** qui génère des "1" en proportion 0,2.

Remarque

Pour une première utilisation de cette formule avec les élèves, on peut vérifier sa pertinence. Ici elle a été copiée dans 200 cellules et on vérifie qu'elle génère des "1" en proportion 0,2 et des "0" en proportion 0,8.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
4	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
6	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	
7	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
9	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
10	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	
11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
13	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	
14	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	
15	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	
16	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	
17	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	
18	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	
19	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	
20	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
21											
22	Proportion de 1	0,2									
23	Proportion de 0	0,81									
24											

On a calculé les proportions de "1" et de "0" dans les cellules C22 et C23. Bien entendu, plus le nombre de cellules est grand plus les fréquences calculées se rapprochent de ce que l'on attend en théorie (on peut éventuellement parler de la loi des grands nombres).

- On simulera le fait qu'un segment fonctionne avec une probabilité *p* en générant un réel aléatoire entre 0 et 1. Si ce nombre est inférieur ou égal à *p*, on renvoie 1 et 0 sinon. On répète cette opération pour chacun des 5 segments. Il n'est pas inintéressant d'insister sur le fait qu'il faut considérer un nombre important de matrices lignes pour *estimer* la probabilité de fonctionnement du réseau.
- Enfin, le réseau fonctionne si et seulement si le segment L_4 **OU** les segments L_5 et L_3 **OU** les segments L_5, L_2 et L_1 fonctionnent. Ceci est à la base de l'algorithme.

Dans l'algorithme suivant, t est la variable qui va compter le nombre de fois où la transmission de l'information de A à D a été effectuée sur une unité de temps.

Algorithme en langage naturel

Variables : N, i, j et t sont des entiers naturels
p est un nombre réel entre 0 et 1
k est un nombre réel aléatoire entre 0 et 1
L est une matrice ligne

Initialisation : Lire N
Lire p
Affecter à t la valeur 0

Traitement :
Pour i variant de 1 à N
  Pour j variant de 1 à 5
    Affecter à k un nombre réel aléatoire entre 0 et 1
    Si $k \leq p$
      Alors Affecter la valeur 1 au j-ème élément de la liste L
      Sinon Affecter la valeur 0 au j-ème élément de la liste L
    Fin **Si**
  Fin **Pour**
  Si L = [* , * , * , 1 , *] OU L = [* , * , 1 , * , 1] OU L = [1 , 1 , * , * , 1]
    Alors Affecter à t la valeur $t + 1$
  Fin **Si**
Fin **Pour**

Sortie : **Afficher** t/N

Programme avec Python

```
from random import *
p = float(input("Entrez la probabilité de fonctionnement de chaque segment "))
n = int(input("Sur combien d'unités de temps voulez-vous observer le réseau ? "))
test_bon = 0
for i in range(n) :                          #vecliaisons est la matrice ligne d'état du réseau
    vecliaisons = [ ]                        #on initialise vecliaisons comme une liste vide
    for j in range (5) :                     #on va définir l'état des 5 branches du réseau
        k = random( )                        #on génère un réel aléatoire entre 0 et 1
        if k <= p :
            vecliaisons.append(1)            #si k ≤ p on ajoute 1 à la liste vecliaisons
        else :
            vecliaisons.append(0)            #sinon, on ajoute 0
    if vecliaisons[3] == 1 or (vecliaisons[4] == 1 and vecliaisons[2] == 1)
                    or (vecliaisons[4] == 1 and vecliaisons[1] == 1 and vecliaisons[0] == 1) :
        test_bon = test_bon + 1
print("La fréquence de fonctionnement du réseau par unité de temps est de " , test_bon/n)
```

Remarque :

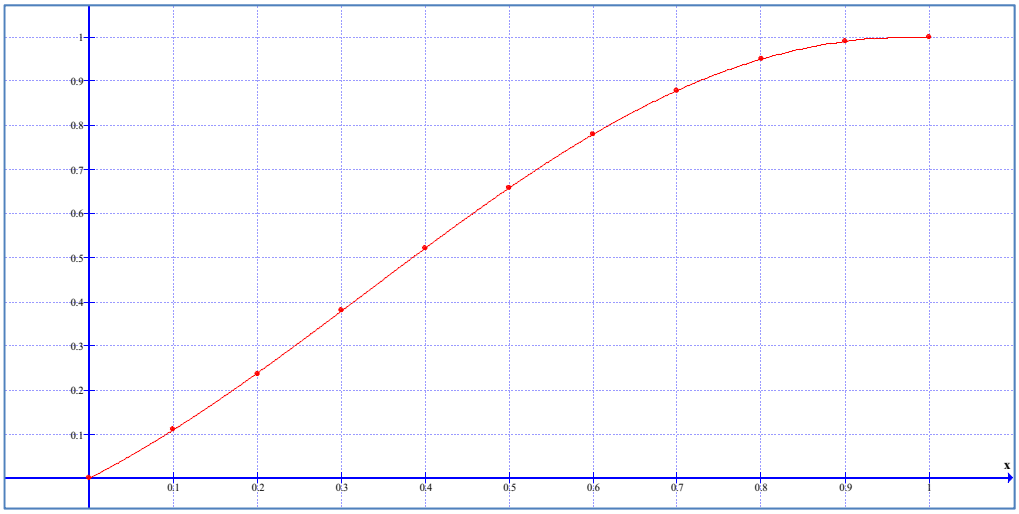
En Python le premier élément d'une liste se note LISTE[0], *le second* LISTE[1], *etc. l'instance « append » permet d'ajouter un élément à la fin d'une liste.*
En testant ce script avec n = 20 000 et en donnant à p des valeurs de 0 à 1 avec un pas de 0,1, on peut compléter le tableau demandé. Bien entendu, les résultats varient à chaque fois que l'on saisit une même valeur de p (fluctuation...) sauf pour p = 0 et p = 1 !!

p	$f(p)$
0	0
0,1	0,110 95
0,2	0,236 65
0,3	0,380 55

p	$f(p)$
0,4	0,521 00
0,5	0,656 65
0,6	0,780 15
0,7	0,878 35

p	$f(p)$
0,8	0,950 2
0,9	0,989 15
1	1

En utilisant la bibliothèque *numpy* (à installer) qui dispose d'un grapheur, ou en reportant ces données dans n'importe quel grapheur, on obtient un nuage de points, à partir duquel on peut tracer une courbe d'ajustement.



Remarques

- *L'expression exacte de f en fonction de p n'est pas au programme de Première S (petit exercice pour les enseignants !). La solution est donnée à l'adresse suivante :* http://univ-irem.fr/videos/PackageTutoPython *(modélisation d'un réseau d'information Parties 1 et 2).*
- *En langage TI ou Casio, le premier élément d'une liste se note* LISTE(1)*, le second* LISTE(2)*, etc. D'autre part, il est inutile d'initialiser une liste vide au départ du programme.*

Programme avec TI 83

```
Prompt N
Prompt P
0 → T
For(I , 1 , N)
For(J , 1 , 5)
NbrAléat → K
If K ≤ P
Then
1 → L1(J)
Else
0 → L1(J)
End
End
If L1(4) = 1
  ou L1(3) = 1
     et L1(5) = 1
  ou L1(1) = 1
     et L1(2) = 1
     et L1(5) = 1
Then
T + 1 → T
End
End
Disp T/N
```

Programme avec Casio 35 + USB

```
? → N
? → P
0 → T
For 1 → I To N
For 1 → J To 5
Ran # → K
If K ≤ P
Then 1 → List 1[J]
Else 0 → List 1[J]
IfEnd
Next
If List 1[4] = 1
  Or List 1[3] = 1
     And List 1[5] = 1
  Or List 1[1] = 1
     And List 1[2] = 1
     And List 1[5] = 1
ThenT + 1 → T
IfEnd
Next
T/N◢
```

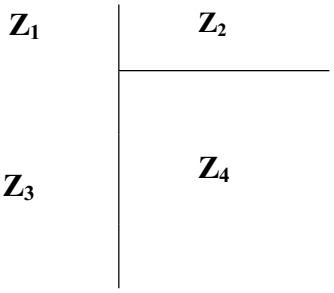
Remarque : Le fonctionnement des calculatrices CASIO et TI rend prioritaire le "ET " sur le "OU", ce qui n'est pas la règle en logique où ils ont le même niveau de priorité.

ALGORITHME D'EXTRACTION DES RACINES CARRÉES

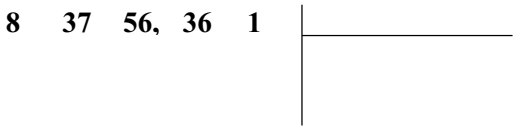
Dans le contexte d'étude des algorithmes au lycée, nous vous proposons de découvrir celui d'extraction des racines carrées !

Traitons l'exemple de l'extraction de la racine carrée de $A = 83\,756{,}361$.

1. On prépare un tableau avec 4 zones : $\mathbf{Z_1}$, $\mathbf{Z_2}$, $\mathbf{Z_3}$ et $\mathbf{Z_4}$.



2. On regroupe les chiffres du nombre A par paquets de 2 à partir de la virgule, ici on obtient 8 37 56,36 1. On inscrit ainsi le nombre dont on cherche la racine carrée dans la zone $\mathbf{Z_1}$.



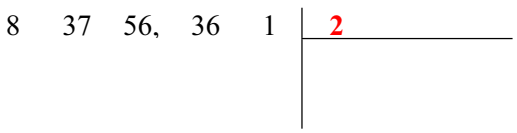
3. Comme la partie entière de A a 3 groupes de chiffres, la partie entière de la racine carrée de A a 3 chiffres, soit $\overline{a_2\,a_1\,a_0,b_1\,b_2\,b_3...}$ la racine carrée de A.

$$\overline{a_2\,a_1\,a_0,b_1\,b_2\,b_3...} = 100\,a_2 + 10\,a_1 + a_0 + 10^{-1}\,b_1 + 10^{-2}\,b_2 + 10^{-3}\,b_3...$$

On utilise le développement de $A = \overline{a_2\,a_1\,a_0,b_1\,b_2\,b_3...}^{\,2}$ sous la forme :

$$(100a_2 + 10a_1 + a_0 + 10^{-1}b_1 + 10^{-2}b_2 + 10^{-3}b_3...)^2 = (100a_2)^2 + 10^2\,(20a_2 + a_1)\,a_1$$
$$+ (200a_2 + 20a_1 + a_0)\,a_0 + 10^{-2}\,(2\,000a_2 + 200a_1 + 20a_0 + b_1)\,b_1$$
$$+ 10^{-4}\,(20\,000a_2 + 2\,000a_1 + 200a_0 + 20b_1 + b_2)\,b_2$$
$$+ 10^{-6}\,(200\,000a_2 + 20\,000a_1 + 2\,000a_0 + 200b_1 + 20b_2 + b_3)\,b_3...$$

a_2 est le plus grand entier dont le carré est contenu dans le groupe de gauche des chiffres de A. Ici le groupe de gauche de A est 8 et donc $a_2 = 2$ dont le carré 4 est le plus grand carré contenu dans 8. On l'inscrit dans la zone $\mathbf{Z_2}$ du tableau



4. On retranche le carré de $a_2 = 2$ (calcul dans la zone $\mathbf{Z_4}$) de 8 (soustraction dans la zone $\mathbf{Z_3}$), On obtient 4 comme reste et on "abaisse" le paquet de deux chiffres suivant dans la zone $\mathbf{Z_3}$.

8	37	56,	36	1	2	
−4					2	
4	37				×2	
					4	

On en déduit que $A - (100\,a_2)^2$ commence par $\overline{437}$ que l'on va approcher par le produit $(20\,a_2 + a_1)\,a_1 = (40 + a_1)\,a_1$.

5. On inscrit 4, le double de $a_2 = 2$, dans la zone $\mathbf{Z_4}$. On cherche le plus grand chiffre a_1 tel que $(40 + a_1)\,a_1$ soit contenu dans 437.

8	37	56,	36	1	2		
−4					2	4...	
4	37				×2	×...	
					4		

Ici, $a_1 = 8$. On l'inscrit à droite du 2 dans la zone $\mathbf{Z_2}$ du tableau.

On effectue la multiplication dans la zone $\mathbf{Z_4}$ du tableau $48 \times 8 = 384$.

8	37	56,	36	1	2 8		
−4					2	48	
4	37				×2	×8	
					4	384	

6. On retranche 384 de 437 (soustraction dans la zone $\mathbf{Z_3}$), on obtient 53. On "abaisse" le paquet de deux chiffres suivant dans la zone $\mathbf{Z_3}$.

8	37	56,	36	1	2 8		
−4					2	48	
4	37				×2	×8	
−3	84				4	384	
0	53	56					

Ici, on obtient 5 356. $A - (100\,a_2)^2 - (20\,a_2 + a_1)\,a_1$ commence par $\overline{5\,356}$ que l'on va approcher par le produit $(200a_2 + 20a_1 + a_0)\,a_0 = (560 + a_0) \times a_0$.

7. On inscrit 56, le double de 28 (lecture de la zone $\mathbf{Z_2}$) dans la zone $\mathbf{Z_4}$.

On cherche le plus grand chiffre a_0 tel que $(560 + a_0) \times a_0$ soit contenu dans 5 356.

8	37	56,	36	1	2 8			
−4					2	48	56...	
4	37				×2	×8	×...	
−3	84				4	384		
0	53	56						

Ici, $a_0 = 9$. On l'inscrit à droite du 28 dans la zone $\mathbf{Z_2}$ du tableau.

On effectue la multiplication dans la zone $\mathbf{Z_4}$ du tableau $569 \times 9 = 5\,121$.

8	37	56,	36	1	2 8 9			
−4					2	48	569	
4	37				×2	×8	×9	
−3	84				4	384	5121	
0	53	56						

Une valeur entière approchée par défaut de la racine carrée de 83 756,361 est 289.

Poursuivons maintenant pour trouver la partie décimale de la racine carrée de A.

8. On retranche 5 121 de 5 356 (soustraction dans la zone $\mathbf{Z_3}$), on obtient 235. On "abaisse" le paquet de deux chiffres suivant dans la zone $\mathbf{Z_3}$. On obtient 23 536.

	8		37	56,	36	1	2 8 9		
	− 4						2	48	569
	4		37				× 2	× 8	× 9
	− 3		84				4	384	5121
	0		53	56					
		−	**51**	**21**					
			2	**35**	**36**				

$A - (100\,a_2)^2 - (20\,a_2 + a_1)\,a_1 - (200a_2 + 20a_1 + a_0)\,a_0$ commence par $\overline{235{,}36}$. On va approcher 23 536 par le produit $(2\,000a_2 + 200a_1 + 20a_0 + b_1)\,b_1$ soit $(5\,780 + b_1) \times b_1$.

9. On inscrit 578, le double de 289 (lecture de la zone $\mathbf{Z_2}$) dans la zone $\mathbf{Z_4}$. On cherche le plus grand chiffre b_1 tel que $(5\,780 + b_1) \times b_1$ soit contenu dans 23 536.

	8		37	56	36	1	2 8 9			
	− 4						2	48	569	**578...**
	4	37					× 2	× 8	× 9	× ...
	− 3	84					4	384	5121	
	0	53		56						
		− 51		21						
		2	35	36						

Ici, $b_1 = 4$. On l'inscrit à droite du 289 dans la zone $\mathbf{Z_2}$ du tableau.

On effectue la multiplication dans la zone $\mathbf{Z_4}$ du tableau $5\,784 \times 4 = 23\,136$. On retranche 23 136 de 23 536 (soustraction dans la zone $\mathbf{Z_3}$), on obtient 400. On "abaisse" le paquet de deux chiffres suivant dans la zone $\mathbf{Z_3}$. On obtient 40 010

	8		37	56,	36	1	2 8 9, **4**			
	− 4						2	48	569	**5784**
	4	37					× 2	× 8	× 9	× **4**
	− 3	84					4	384	5121	**23136**
	0	53		56						
		− 51		21						
		2	35	36						
		− **2**	**31**	**36**						
			4	**00**	**10**					

$A - (100\,a_2)^2 - (20\,a_2 + a_1)\,a_1 - (200a_2 + 20a_1 + a_0)\,a_0 - (2\,000a_2 + 200a_1 + 20a_0 + b_1)\,b_1$

commence par $\overline{4{,}001}$. On va approcher 40 010 par le produit
$(20\,000a_2 + 2\,000a_1 + 200a_0 + 20b_1 + b_2)\,b_2$ soit $(57\,880 + b_2) \times b_2$.

10. On inscrit 5 788, le double de 2 894 (lecture de la zone $\mathbf{Z_2}$) dans la zone $\mathbf{Z_4}$. On cherche le plus grand chiffre b_2 tel que $(57\,880 + b_2) \times b_2$ soit contenu dans 40 010.

Ici, $b_2 = 0$. On l'inscrit à droite du 289,4 dans la zone $\mathbf{Z_2}$ du tableau.

On "abaisse" le paquet de deux chiffres suivant dans la zone $\mathbf{Z_3}$. On obtient 4 001 000. On inscrit le double de 28 940 (lecture de la zone $\mathbf{Z_2}$) dans la zone $\mathbf{Z_4}$. On cherche le plus grand chiffre $\boldsymbol{b_3}$ tel que $(578\,800 + \boldsymbol{b_2}) \times \boldsymbol{b_2}$ soit contenu dans 4 001 000.

Ici, $\boldsymbol{b_3} = 6$. On l'inscrit à droite du 289,40 dans la zone $\mathbf{Z_2}$ du tableau.

8	37	56,	36	1		2 8 9,4 0 **6**						
− 4						2	48	569	5784	57880	**578806**
4	37					× 2	× 8	× 9	× 4	× 0	× **6**
− 3	84					4	384	5121	23136	0	**3472316**
0	53	56									
	− 51	21									
	2	35	36								
	− 2	31	36								
		4	00	10	00						

Une valeur décimale approchée par défaut à 10^{-3} près de la racine carrée de 83 756,361 est 289,406.

On peut bien sûr continuer...

Un autre exemple

Extrayons la racine carrée de 519 406.

51	94	06				7 2 0,6 9 8					
− 49						7	142	14406	144129	1441388
2	94					× 7	× 2	× 6	× 9	× 8
− 2	84					49	284	86436	1297161	11531104
0	10	06	00							
	− 8	64	36							
	1	41	64	00						
	− 1	29	71	61						
		11	92	39	00					

Une valeur décimale approchée par défaut à 10^{-3} près de la racine carrée de 519 406 est 720,698.

COMPTE RENDU D'UNE SÉQUENCE D'ACCOMPAGNEMENT PERSONNALISÉ EN SECONDE GT

Suite à la réforme du Lycée, l'accompagnement personnalisé se met en place progressivement dans les établissements d'abord dans les classes de seconde, puis dans les classes de première et de terminale. C'est un temps d'enseignement distinct des heures de cours traditionnelles.

Concernant la classe de seconde générale, l'accompagnement personnalisé se déroule sur 72 heures annuelles, soit 2 heures par semaine en moyenne.

Il peut inclure plusieurs activités dont :

1. un **soutien** aux élèves qui rencontrent des difficultés ;
2. un **approfondissement** des connaissances ou une autre approche des disciplines étudiées ;
3. une **aide à l'orientation**, qui s'appuie sur le parcours de découverte des métiers et des formations.

Une première enquête au sein de l'équipe pédagogique nous a permis de dégager quelques idées. Dans tous les cas, l'accompagnement permet un travail sur les méthodes disciplinaires et interdisciplinaires. Certains d'entre nous ont eu envie de traiter en thème transversal *les représentations graphiques* qui sont réinvesties dans bon nombre de disciplines et, dans la vie courante, dans beaucoup de médias.

Cet article présente ainsi une ébauche de notre *fraîche* expérience en ce domaine. Il a été prévu trois séances d'une heure pour réaliser ce thème, avec la présence de deux enseignants à chaque séance : un de mathématiques et un de sciences expérimentales (biologie ou physique).

Première séance

Elle débute avec une activité sur les notions de base relatives aux courbes. La **fiche 1** est distribuée. Les élèves ont à compléter les points de suspension, ils traitent l'exercice individuellement. L'objectif principal est, dans un premier temps, de mettre en avant les éléments essentiels d'une représentation graphique : légende et unités graphiques.

Dans leur majorité, les élèves réalisent rapidement cette première activité et les réponses leur paraissent évidentes. Une fois l'exercice traité, une mise en commun permet de dégager les points essentiels à respecter lors de la lecture d'une courbe pour lui donner un titre.

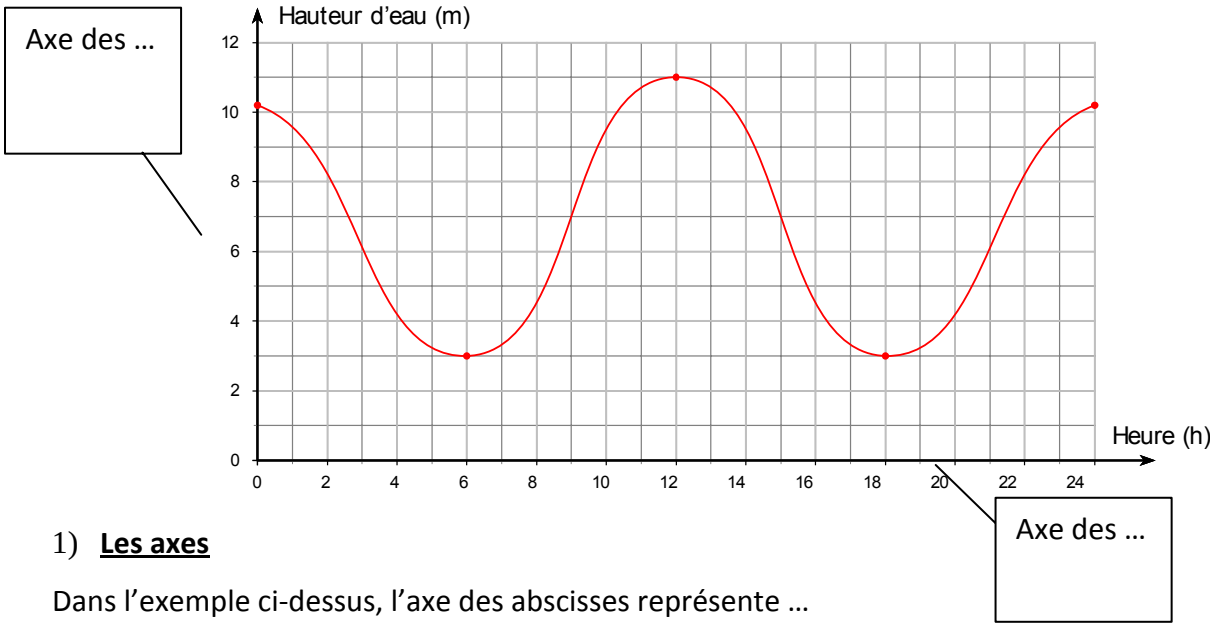
Toutes les remarques sont notées, puis organisées collectivement au tableau. Pendant que l'enseignant de mathématiques insiste sur les noms des deux axes à ne pas inverser, le professeur de biologie appuie sur la notion de grandeur mesurée en fonction de la variable. C'est l'occasion de faire le lien avec le *jargon* du mathématicien : la notion de fonction, x, $f(x)$ et celui du biologiste ou du physicien.

FICHE 1

Dégager les éléments essentiels d'une courbe

Observer le graphique ci-dessous et compléter les pointillés :

Le graphique représente la hauteur d'eau dans le port de Saint-Malo pendant 24 heures.



1) **<u>Les axes</u>**

Dans l'exemple ci-dessus, l'axe des abscisses représente …

L'axe des ordonnées représente …

Unités graphiques : sur l'axe des abscisses, 1 carreau représente …

sur l'axe des ordonnées, 1 carreau représente …

2) <u>Le titre du graphique</u>

Le titre du graphique est : Évolution de …

en fonction de …

Ce travail débouche sur l'élaboration avec les élèves d'une **fiche méthode** qu'ils copient au propre.

Fiche méthode

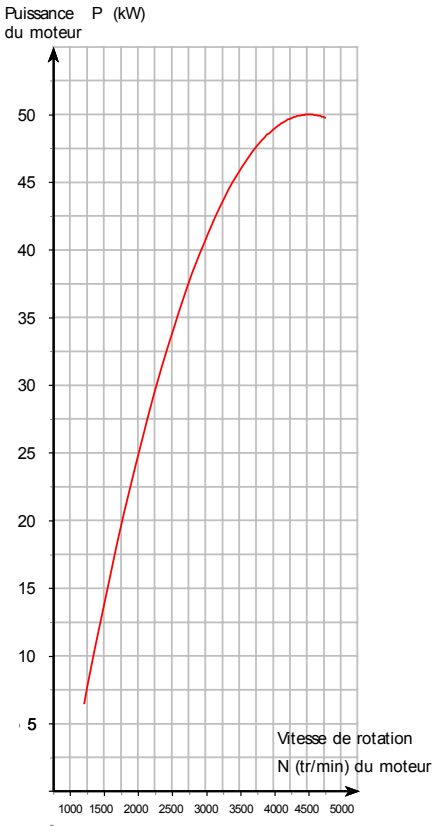
- J'identifie la variable X et son unité de mesure, portées sur l'axe des abscisses.
- J'identifie la grandeur mesurée Y et son unité de mesure, portées sur l'axe des ordonnées.
- Je donne un titre au graphique : *Variation de (grandeur mesurée) en fonction de (variable)*.

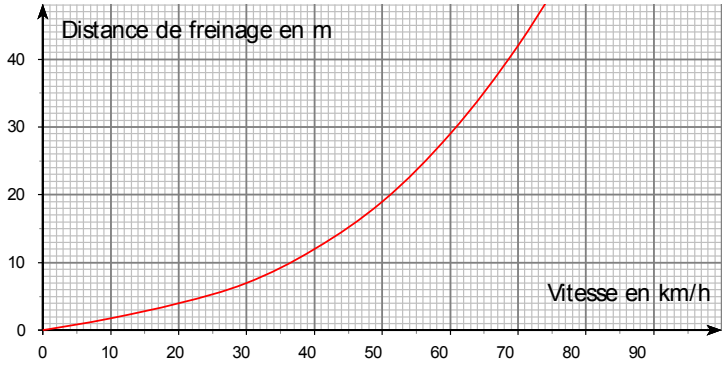
Remarque : Si la variable est le temps, le titre devient : *Évolution de (grandeur mesurée) en fonction du temps*.

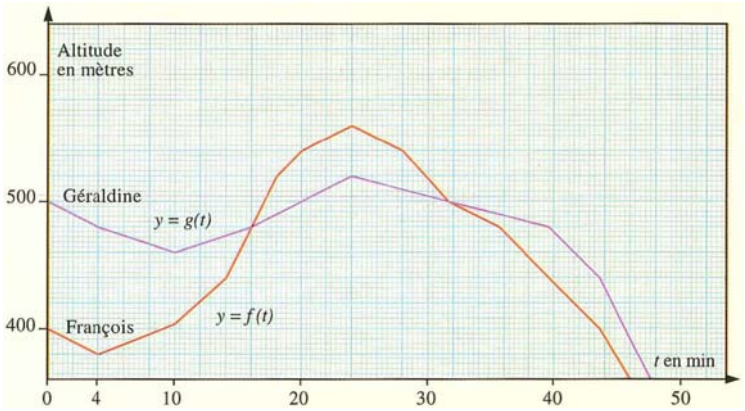
Pour clôturer la séance et insister sur « Mais qui est fonction de qui ? », les élèves traitent l'exercice suivant, puis une correction collective est effectuée.

Exercice

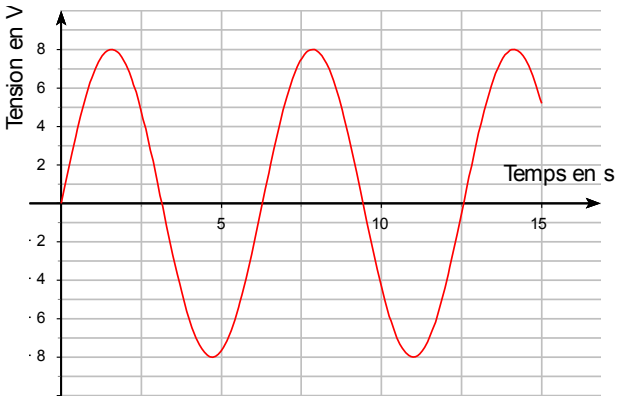
Pour chacune des courbes, identifier la variable, la grandeur mesurée et donner un titre au graphique.

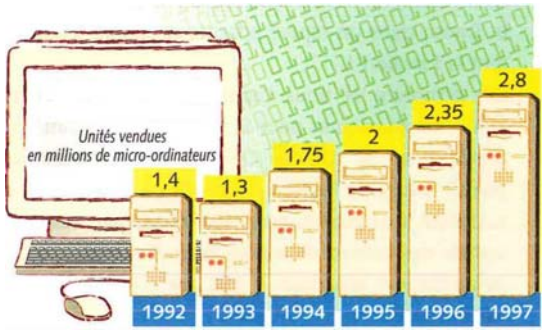






Source : Dimathème, Didier, 2000





Source : Seconde, Belin, 2000

Seconde séance

Après avoir lourdement insisté lors de la première séance sur « Que mesure-t-on ? Que fait-on varier pour le mesurer ? », le problème s'inverse : les deux enseignants se retrouvent pour faire construire une courbe aux élèves.

Le défi : À partir d'un tableau de valeurs donné, les élèves doivent construire deux courbes sur papier millimétré. Les enseignants ne donnent aucune indication quant à la méthodologie sauf « Rappelez vous de la séance précédente ! ». La **fiche 2** est distribuée.

FICHE 2

Construire une courbe

Des campagnes de démoustication ont été entreprises dans la région de Montpellier à partir de 1995. Des insecticides ont été régulièrement épandus sur les 20 premiers kilomètres à partir de la côte. On a mesuré, pour les années 1995, 1999 et 2002, le taux de résistance des populations de moustiques à ces insecticides en fonction de la distance à la côte.

Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous :

		Fréquence des individus résistants (en %)						
Années	**en 2002**	20	16	10	7	5	2	1
	en 1999	7	5	4	3	2	0,5	0,5
	en 1995	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Distance à la côte (en km)		0	5	10	15	20	30	40

Source : SVT seconde, Belin, 2010

Tracer les courbes traduisant l'évolution de la résistance des moustiques aux insecticides dans le Languedoc en fonction de la distance à la côte en 1995 et 2002.

Impressions

La première séance s'est révélée assez simple pour les élèves voire trop.

Au début de la seconde séance, premier constat : certains élèves ont réussi à inverser les axes sur l'exercice. Grand moment de solitude pour le professeur de mathématiques ! Mais un peu moins seul que d'habitude, vu la mine déconfite du collègue de biologie ! Certainsélèves se rendent compte de leur erreur en lorgnant sur les voisins et corrigent le tir. Un seul persiste. Deux autres élèves positionnent en abscisses les années et reportent en ordonnées les fréquences, ils obtiennent ainsi trois magnifiques droites verticales et restent dubitatifs...

Les exercices de la première séance très mécaniques et répétitifs n'ont pas permis de régler le flou sur le choix de la variable et de la grandeur mesurée chez ces élèves. Trouver *qui est fonction de qui* demeure un problème.

L'exercice terminé, un graphique convenable est projeté au tableau, les élèves prennent connaissance de leurs éventuelles erreurs et remplissent la fiche d'auto-évaluation commentée au fur et mesure par les enseignants pour bien expliciter les indicateurs de réussite.

FICHE AUTO-ÉVALUATION

Auto évaluation

J'ai réussi mon graphique si…

	Indicateurs de réussite	Auto évaluation **+** : j'ai réussi – : je n'ai pas réussi	Avis de l'enseignant
J'ai réussi à tracer le graphique si …	J'ai construit les axes J'ai identifié la variable x et je l'ai placée en abscisse. J'ai identifié la grandeur mesurée et je l'ai placée en ordonnée. J'ai choisi une échelle permettant une lecture facile pour l'axe des abscisses et pour l'axe des ordonnées. J'ai placé les points et les ai reliés.		
J'ai réussi à le présenter si …	J'ai mis un titre qui précise la relation entre la variable et la grandeur mesurée. J'ai précisé, sur les axes les noms et les unités de la variable et de la grandeur mesurée. J'ai différencié les courbes d'un même graphe.		

Exemple d'échanges pendant la correction

« *Avez-vous correctement repéré les axes et les grandeurs ? Le graphique entier rentre-t-il sur la feuille ? Vous semble-t-il trop "petit", trop "grand" ? Les graduations sont-t-elles notées ?* »

Un élève s'interroge alors sur les graduations : *« Faut-il les écrire toutes le long de l'axe ?* ».

Réponse du professeur de mathématiques : « *Pas forcément, c'est juste dès lors que la mesure d'une graduation est définie sur chacun des deux axes* ».

L'enseignant de biologie complète : « *C'est quand même plus pratique d'en écrire d'autres pour visualiser plus facilement les valeurs intéressantes de la courbe* ».

Un autre demande : « *Et si l'on a fait trois courbes au lieu de deux ?* ».

Un camarade se charge de rétorquer : « *T'as qu'à lire l'énoncé ! Il en fallait juste deux !* ».

Un autre demande : « *Moi, j'ai tracé deux courbes mais sur deux graphiques différents, c'est juste ?* ».

Les deux enseignants répondent dans le même sens : « *L'énoncé ne l'interdit pas, si l'on est amené à les comparer, il sera plus simple d'avoir un seul graphique* ».

Une dernière interrogation a été soulevée : « *Est ce que l'on trace les courbes "à la main" ou "à la règle" ?* ». Réponse collégiale : « *De manière générale, il faut toujours relier les points "à la main" quand on trace la courbe représentative d'une fonction mathématique. Mais dans notre situation les résultats obtenus nous laissent libre choix.* »

Cette fiche et le graphique seront relevés à l'issue de la séance et validés par les enseignants. Elle sera conservée par la suite et servira de fiche méthode pour tracer une courbe.

À l'issue de la séance l'exercice de tracé de courbe (ci-dessous) est distribué en devoir à la maison et servira de support pour démarrer la 3e séance.

Exercice donné à la maison

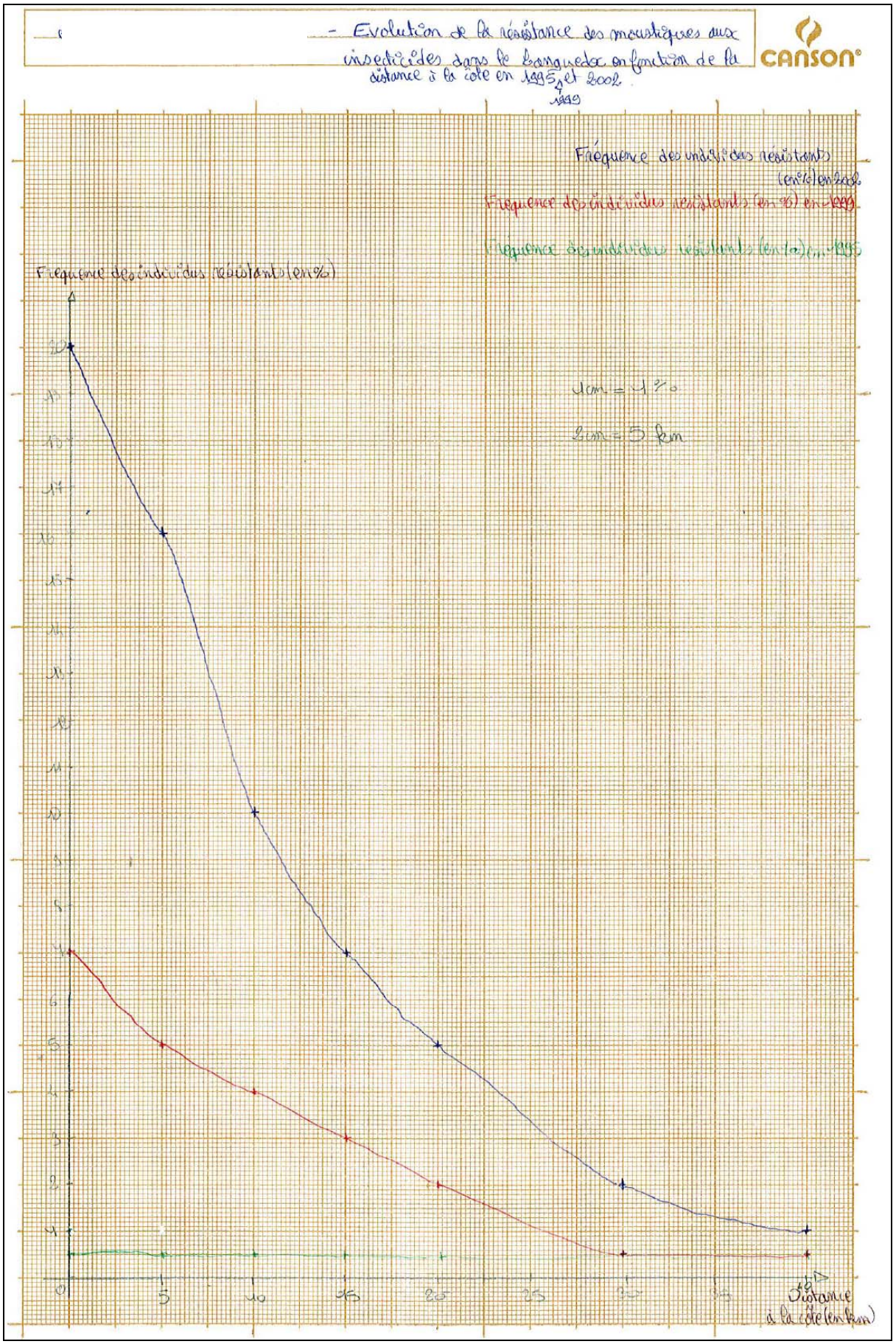
On fait subir un test d'effort à un cycliste amateur et à un cycliste professionnel. Leur fréquence cardiaque est mesurée pour des exercices de puissance croissante effectués sur un cyclo-ergomètre.

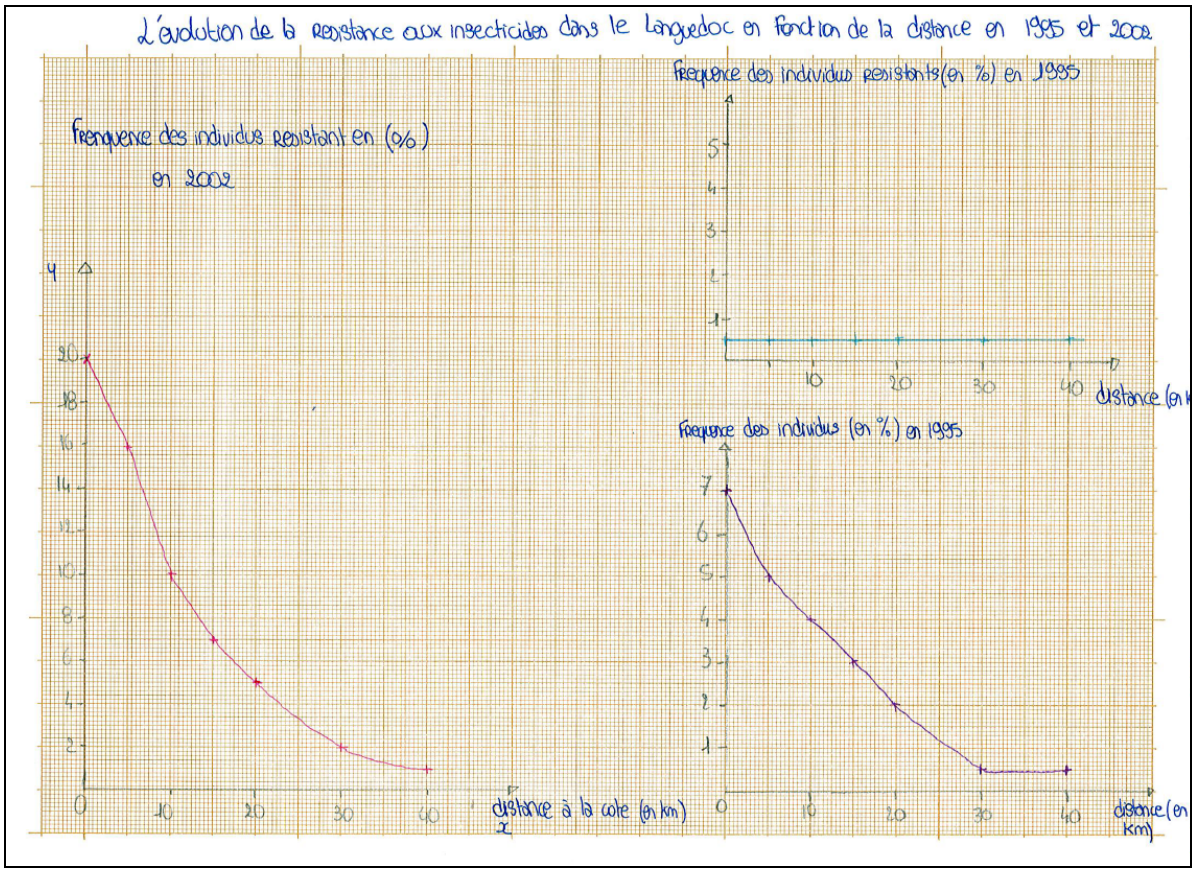
Amateur 19 ans 167 cm 50 kg	Puissance (W)	20	80	120	160	200	240
	Fréquence (batt/min)	75	117	136	150	169	184
Professionnel 26 ans 188 cm 78 kg	Puissance (W)	20	160	200	240	280	320
	Fréquence (batt/min)	59	105	115	129	142	155

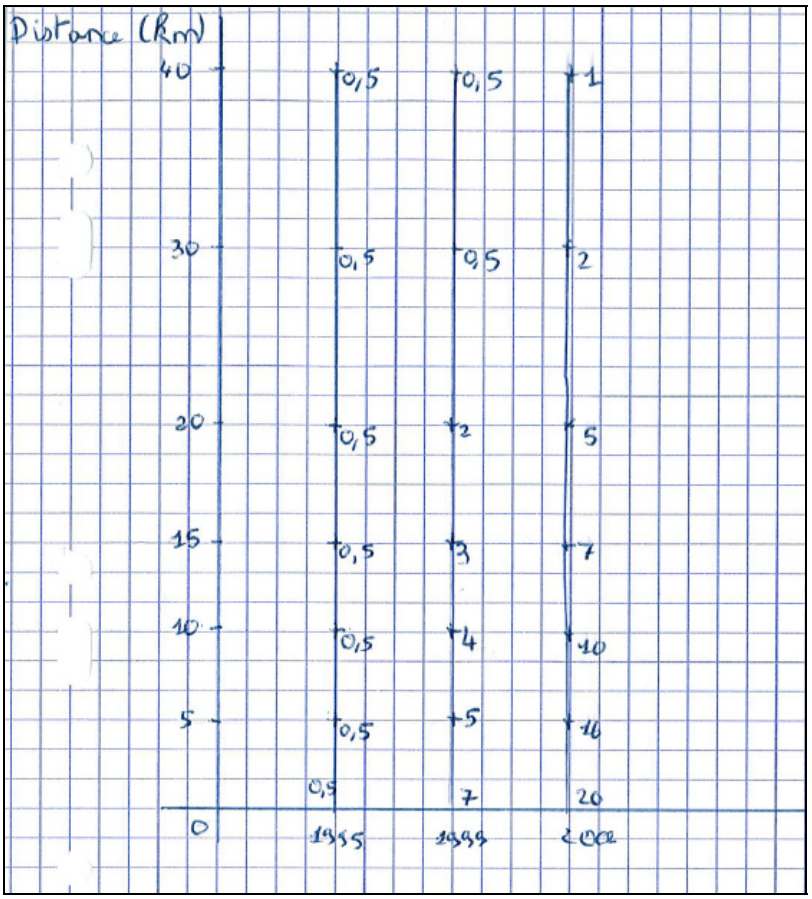
Source : SVT seconde, Belin, 2010

- Pour chaque cycliste et sur un même graphe, tracer une courbe représentant les variations de la fréquence cardiaque en fonction de la puissance de l'effort imposée.
- Comparer les variations et interpréter les différences.

Exemples de travaux d'élèves fiche 2




L'évolution de la résistance aux insecticides dans le Languedoc en fonction de la distance en 1995 et 2002
Fréquence des individus résistants en (%) en 2002
Fréquence des individus résistants (en %) en 1995
distance à la côte (en km)
Fréquence des individus (en %) en 1995
distance (en km)


Distance (Km)
1955
1995
2002

Troisième séance

Analyser une courbe

Les élèves sont répartis en groupe (de 3 ou 4). Dans un premier temps, ils comparent les graphiques qu'ils ont tracés pour vérifier leur exactitude. Le choix d'une échelle correcte pour graduer a été la principale difficulté pour réaliser le graphique selon eux, les élèves ayant l'habitude d'être systématiquement guidés dans les exercices. Puis une discussion s'engage sur les réponses données à la question posée.

L'enseignant de biologie dégage les étapes essentielles de l'analyse d'un graphique et le collègue de mathématique est tout ouïe…

- Une phase de description qualitative de chaque courbe :
  La description doit prendre en compte le paramètre qui varie : ce n'est jamais la courbe qui augmente ou qui diminue, mais ce que représente la courbe (exemple : la fréquence en pourcentage).

  Les verbes *évoluer*, *stagner*, *varier*, *changer* sont des verbes à bannir du commentaire car ils n'apportent aucune information. On préférera utiliser des mots comme *augmenter*, *diminuer*, *se stabiliser*, *rester constant*. C'est le moment pour l'enseignant de mathématiques de parler des notions de fonction croissante, décroissante ou constante.

- Une phase de description quantitative de chaque courbe :
  Des valeurs prises sur le graphique seront utilisées pour argumenter. Il faut veiller à ne pas oublier de décrire le format de ces valeurs : unité de mesure ou traduction en pourcentage (exemples : 40 km et 0,5 %).

  Par exemple, ces quelques formules pourront être utilisées :
  … a augmenté de … / … a été multiplié par … / … s'est stabilisé à la valeur de … / … a diminué de … / … a été divisé par … / … est passée de … à … en … années

- Une phase de description qualitative et quantitative des deux courbes en simultané :
  La description comparée secteur par secteur des deux courbes permet de montrer les similitudes et différences entre l'évolution des différentes courbes.

Grâce à cette analyse du graphique, le professeur de biologie peut maintenant en tirer une explication ou une nouvelle piste de recherche à explorer.

Conclusion

Il a été intéressant et enrichissant de travailler avec un collègue d'une autre discipline. Les élèves se rendent un peu mieux compte que les mathématiques peuvent être réinvesties dans d'autres domaines. Et cela n'est pas un moindre mal. Peut-être aurait-il été judicieux de varier le binôme sciences expérimentales-mathématiques en incluant l'économie ou l'histoire-géographie par exemple pour montrer que les graphiques interviennent ailleurs que dans les disciplines scientifiques.

Et la suite ?

Suite à ces séances, d'autres idées ont germé :

- faire réaliser un diagramme ombrothermique ;
- présenter plusieurs graphiques, apprendre à bien les lire avec un esprit critique ;
- travailler à partir d'un tableau de valeurs et construire un graphique sur papier millimétré avec unités graphiques imposées (pour faire convertir, ce qui constitue une difficulté pour les élèves).

MATHÉMATIQUES FINANCIÈRES

Cet article présente quelques rudiments de mathématiques financières et s'adresse principalement aux débutants. Ce thème est à traiter dans l'objectif 3 du module M41 famille 2 du BTSA et le prérequis est la connaissance des suites géométriques et de leurs propriétés. Ces pages ne sont pas conformes en totalité avec le programme et ne constituent en aucune manière le cours de BTSA, elles permettent aussi d'aborder des méthodes de calcul accessibles au plus grand nombre de nos étudiants sans avoir à utiliser les fonctions logarithmes et exponentielles. L'idée est de donner un simple mode d'emploi aux novices d'entre nous pour se familiariser avec les mathématiques financières et de découvrir le langage comptable. Les banquiers n'ont qu'à bien se tenir !

I - Définitions

En mathématiques financières, on distingue trois types de flux d'argent :

1. Un particulier peut prêter son argent à une banque, on parle alors de **placement** ou d'**épargne**.

2. Une banque peut prêter son argent à un particulier, on parle alors de **crédit**, de **prêt** ou d'**emprunt**.

3. Un organisme ou un particulier peut acquérir un **bien** avec son argent (bâtiment d'élevage, salle de traite, isolation thermique…). Cela permet d'améliorer le quotidien, de gagner de l'argent, de faire des économies, de gagner du temps, du bonheur, on parle alors d'**investissement**.

L'**intérêt** I produit par un capital C au cours d'**une période de temps** est une forme de rémunération pour le prêteur de ce capital. Dans la zone euro, C et I s'expriment en euros.
Les **périodes de temps** les plus usuelles sont l'année, le mois, la quinzaine (deux périodes par mois pour le livret A par exemple) et parfois le trimestre (quatre périodes par an).
Le **taux d'intérêt relatif à une période de temps,** noté i ou t**,** est le rapport entre l'intérêt obtenu pendant cette période et le capital prêté :

$$i = \frac{I}{C}$$

Dans la pratique, le taux est exprimé sous forme de pourcentage, cependant pour les calculs on l'utilise sous ses formes décimale ou fractionnaire.

Exemple 1

Une maison achetée 200 000 € est revendue 240 000 € 4 ans plus tard.
Hors frais, on a $I = 40\,000$ et $C = 200\,000$ donc $i = 0{,}2$ soit un taux d'intérêt de + 20 % sur 4 ans.

Exemple 2 : Le livret Développement Durable (anciennement CODEVI)

C'est un compte d'épargne créé pour collecter des fonds destinés au financement des travaux d'économie d'énergie dans les bâtiments anciens, il sert aussi au financement des Petites et Moyennes Entreprises (PME). Il a l'avantage d'être totalement défiscalisé (net d'impôts et de prélèvements sociaux), mais il est plafonné à 12 000€.
Depuis le 1er aout 2014, son taux d'intérêt annuel est de 1 %.
Pour un capital $C = 12\,000$ €, l'intérêt annuel est donc : $I = i \times C = 0{,}01 \times 12\,000 = 120$ €.

II - Placements à intérêts composés dans le cas d'un seul versement.

On dit qu'**un capital est placé à intérêts composés** si, à la fin de chaque période, l'intérêt obtenu est ajouté au capital. En pratique, c'est la méthode utilisée par les banques dans la gestion de la plupart des produits bancaires.
On note C_0 un capital en date 0 (ou capital initial) et C_n la valeur acquise par ce capital initial après n périodes au taux d'intérêt i par période.

Exemple 3

Pour $C_0 = 8\,123$ € et $i = 1{,}2$ % mensuel.
À la fin de la première année, on calcule l'intérêt : $0{,}012 \times 8\,123 = 97{,}476$ soit $I = 97{,}48$ € arrondi au centime le plus proche et $C_1 = 8\,123 + 97{,}48 = 8\,220{,}48$ €. À l'aide d'un tableur on obtient :

	A	B	C	D	E	F
1	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
2	8 123,00 €	8 220,48 €	8 319,13 €	8 418,96 €	8 519,99 €	8 622,23 €
3		La cellule B2 contient la formule =ARRONDI(1,012*A2;2)				

Sans tenir compte des arrondis, on peut écrire que :

$C_1 = C_0 + i \times C_0 = C_0\,(1+i)$
$C_2 = C_1 + i \times C_1 = C_1\,(1+i) = C_0\,(1+i)^2$
etc.

On peut démontrer la **formule des intérêts composés** : $C_n = C_0\,(1+i)^n$

Attention !

En théorie, les valeurs de C_n sont en progression géométrique de raison $(1+i)$, mais comme elles sont exprimées au centime d'euro le plus proche, la suite (C_n) n'est pas géométrique, mais « presque »…

Retour à l'exemple 3

En utilisant la formule des intérêts composés on obtient que $8\,123 \times 1{,}012^5 \approx 8\,622{,}218$, donc que $C_5 = 8\,622{,}22$ € arrondi au centime le plus proche, soit une erreur de seulement 1 centime sur 5 ans.

Remarque :

La formule ci-dessus est une relation entre 4 nombres réels positifs. Donc connaissant trois d'entre eux on peut toujours déterminer le quatrième.

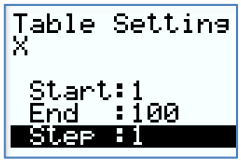
Illustrations :

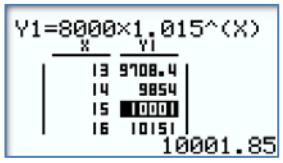
- **Cas où C_0 est inconnu :**

  On parle alors de **valeur actuelle d'un capital à une date donnée**.
  Un enseignant en mathématiques dispose d'un livret A dont le taux annuel est de 1 %. Il promet à un étudiant de lui donner 100 € dans deux ans s'il réussit son BTSA.
  Quelle somme doit-il placer aujourd'hui pour disposer de 100 € deux ans plus tard ?
  La formule des intérêts composé donne $1{,}01^2 \times C_0 = 100$ donc que $C_0 = 98{,}03$ € environ. On peut dire alors que 98,03 € est la valeur actuelle de 100 € deux ans avant, au taux d'intérêt annuel de 1 %.

  Dans le cas général, on a $C_0 = \dfrac{C_n}{(1+i)^n}$ que l'on peut noter $C_0 = (1+i)^{-n}$. C'est la formule dite d'**actualisation en date 0 d'un capital obtenu après *n* périodes au taux *i* par période**.

- **Cas où *n* est inconnu :**
  Pour un placement de 8 000 € au taux annuel de 1,5 %, on peut déterminer l'année à partir de laquelle sa valeur acquise dépassera 10 000 € (ou aura augmenté de plus de 25 %) en résolvant l'inéquation d'inconnue n : $8\,000 \times 1{,}015^n \geq 10\,000$
  On peut, par exemple, linéariser cette inéquation à l'aide d'une fonction logarithme ou bien utiliser le tableur d'une calculatrice ou d'un ordinateur.





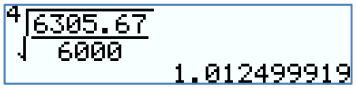
  À partir de la quinzième année, ce capital aura augmenté de plus de 25 %.

- **Cas où *i* est inconnu :**
  Si en quatre ans, la valeur acquise par un placement de 6 000 € est égale à 6 305,67 €, on peut déterminer plusieurs taux par période :

  - Comme $\frac{6\,305{,}67}{6\,000} \approx 1{,}0509$, il y a un taux d'intérêt par période de 4 ans de 5,09 %.

  - Pour déterminer le taux d'intérêt annuel i de ce placement il faut résoudre l'équation : $6\,000 \times (1+i)^4 = 6\,305{,}67$

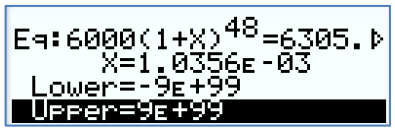
    On peut par exemple utiliser la fonction *racine n-ième* d'une calculatrice :



    d'où $1+i = 1{,}0125$ et $i = 1{,}25$ %.

  - Pour déterminer le taux d'intérêt mensuel t de ce placement, il faut résoudre l'équation : $6\,000 \times (1+t)^{48} = 6\,305{,}67$.

    On peut par exemple utiliser le solveur d'une calculatrice :



    On en déduit que $t \approx 0{,}104$ % : le taux d'intérêt mensuel de 0,104 %, le taux d'intérêt annuel de 1,25 % et le taux de 5,09 % sur 4 ans, produisent les mêmes intérêts sur une même durée de temps, on dira qu'ils sont *équivalents*. D'où la définition suivante :

Définition

On dit que **deux taux d'intérêts composés** relatifs à des périodes de durées différentes sont **équivalents**, si sur une même durée de temps, ils produisent les mêmes intérêts.

Remarque

Les valeurs de deux taux d'intérêt équivalents ne dépendent pas du capital initial.

Exemple 4

Retour à l'**exemple 1**, on calcule le taux annuel équivalent au taux de + 20 % sur 4 ans :

$$200\,000 \times (1+i)^4 = 200\,000 \times 1{,}2$$

donc $1+i = \sqrt[4]{1{,}2}$ soit un taux annuel d'environ 4,66 %.

Taux mensuels et annuel équivalents

Soit t un taux mensuel et i le taux annuel équivalent à t.

Sur un an, un capital C_0 doit acquérir la même valeur avec les deux taux, donc :

$$C_0\,(1+i) = C_0\,(1+t)^{12}.$$

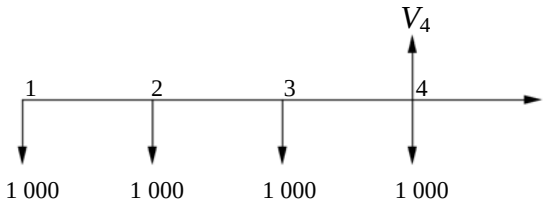
On en déduit que $(1+i) = (1+t)^{12}$, puis que $(1+t) = \sqrt[12]{(1+i)}$

III - Placements à intérêts composés dans le cas de plusieurs versements.

Un salarié perçoit des primes annuelles supérieures à 1 000 €, il décide d'ouvrir un compte épargne rémunéré au taux annuel de 1,25 % et d'y déposer 1 000 € à chaque fin d'année.

Objectif : Calculer la valeur acquise par son épargne au jour du quatrième versement, on la note V_4.

Cette situation peut être représentée par le schéma suivant, appelé *schéma des flux financiers* :



L'axe horizontal représente le temps gradué en année.
Les flèches vers le bas et vers le haut représentent respectivement du point de vue de l'épargnant ses placements et leur valeur

Méthode 1 : **On construit le tableau des relevés annuels du compte épargne**

Date n	Versement en date n	Intérêt perçu en date n	Valeur acquise en date n
1	1 000	0	1 000
2	1 000	12,50	2 012,50
3	1 000	25,16	3 037,66
4	1 000	37,97	4 075,63

Au début de la deuxième période, le compte dispose d'un capital de 1 000 € augmenté de 1,25 %, auquel s'ajoutent 1 000 euros d'épargne.

Finalement, on trouve que $V_4 = 4\,075{,}63$ €.

Attention ! On arrondit toujours les intérêts au centime le plus proche.

Méthode 2 : Calcul financier

La valeur acquise à la fin de la troisième période est égale à la somme des valeurs acquises en date 4 par chaque versement au taux annuel 1,25 %.

$V_4 = 1\,000 \times 1{,}0125^3 + 1\,000 \times 1{,}0125^2 + 1\,000 \times 1{,}0125 + 1\,000 = 4\,075{,}63$ € arrondi au centime le plus près.

IV Cas des emprunts

Principe :

On note V_0 le montant emprunté et i le taux d'intérêt par période de cet emprunt.

En date 0, l'emprunteur reçoit la somme V_0, puis :

À chaque fin de période l'emprunteur paye les intérêts de sa dette au taux i et rembourse une partie de celle-ci à l'organisme préteur, le total des deux sommes est appelé le **montant du terme** ou **annuité** ou **mensualité** si la période de remboursement est le mois.

Exemple 5

Pour l'achat d'un ordinateur, un particulier emprunte 1 000 € à une société de crédit qui lui propose un taux d'intérêt mensuel de 1 % et des mensualités libres.
L'emprunteur verse deux premières mensualités de 350 € et désire clôturer (ou terminer) son emprunt lors de la troisième mensualité.

Objectif : Déterminer le montant de la dernière mensualité.

Méthode 1 : Tableau de remboursement

Date	Mensualité	Intérêt	Capital remboursé	Capital restant dû
0	0	0	0	1000
1	350	10	340	660
2	350	6,60	343,40	316,60
3	319,77	3,17	316,60	0

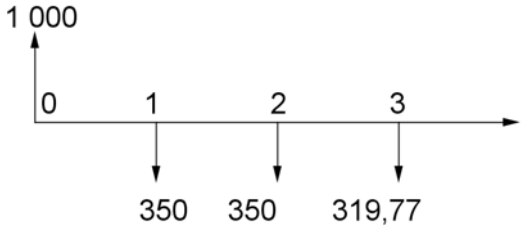
Au contraire des précédentes, la dernière ligne se construit de droite à gauche. Le *coût du crédit* est la somme des intérêts perçus par la banque, soit 19,77 € sur 3 mois.

Méthode 2 : Calcul financier

Pour rembourser un emprunt d'un montant V_0 en n périodes au taux i par période :
Il faut que la valeur actualisée en date *0* des n annuités soit égale au montant emprunté.

Retour à l'exemple :

On a le schéma des flux financiers suivant :



L'axe horizontal représente le temps gradué en mois.
Les flèches vers le bas et vers le haut représentent respectivement du point de vue de l'emprunteur ses annuités et leur valeur actualisée en date 0.

Vérification :

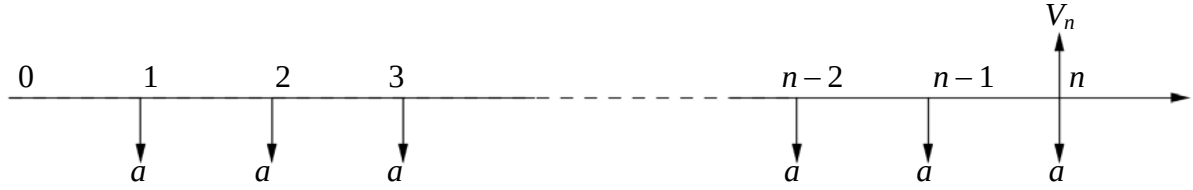
$350 \times 1{,}01^{-1} + 350 \times 1{,}01^{-2} + 319{,}77 \times 1{,}01^{-3} = 1\,000{,}00$ € au centime le plus près.

V - Annuités constantes de fin de période.

1. Cas de l'épargne.

Un particulier épargne pendant n périodes, a euros toute les fins de période, au taux d'intérêt i par période. On note V_n la valeur acquise par cette épargne à la fin de la n-ième période.

On a le schéma des flux financiers suivant :



V_n est égal à la somme des valeurs acquises en date n par chaque annuité.

$$V_n = a\,(1+i)^{n-1} + a\,(1+i)^{n-2} + \ldots + a\,(1+i)^2 + a\,(1+i)^1 + a$$

En factorisant et en réordonnant, on obtient :

$$V_n = a\left[1 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + ... + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}\right]$$

En utilisant la formule de la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique puis en simplifiant on obtient que :

$$V_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Exemple 6

Si pendant 10 ans un particulier épargne 50 € par mois sur un compte rémunéré au taux mensuel de 0,2 %, on peut alors calculer la valeur acquise par cette épargne le jour du dernier versement :

Avec $a = 50$ €, $i = 0{,}002$ et $n = 120$ mois, on trouve que $V_{120} = 6\,773{,}61$ € environ.

Exemple 7

Si un particulier désire obtenir un capital de plus de 5 000 € en 48 mensualités constantes sur un compte rémunéré au taux mensuel de 0,25 %, on peut alors déterminer la mensualité a :

Avec $n = 48$, $V_{48} = 5\,000$, $i = 0{,}0025$, on établit que a doit être supérieur ou égal à 98,18 €.

2. Cas d'un emprunt

Pour rembourser un emprunt d'un montant V_0 en n périodes au taux i par période avec des annuités constantes égales à a, on a le schéma des flux financiers suivant :

On sait qu'il faut que la somme des valeurs actualisées en date 0 des n annuités au taux i par période doit être égale au montant emprunté.

Il faut donc exprimer V_0 en fonction de a, i et n. Or, dans le cas de l'épargne, nous avons exprimé la somme V_n des valeurs actualisée en date n de n annuités constante a.

Aussi par la formule d'actualisation on a :

$$V_0 = V_n \times (1+i)^{-n}$$

$$V_0 = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} \times (1+i)^{-n}$$

$$V_0 = a \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Remarque

La formule ci-dessus peut aussi se démontrer en utilisant la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{1+i}$.

Exemple 8

Une société de crédit propose un prêt au taux d'intérêt mensuel de 1 % dont le remboursement doit se faire en 18 mois.

a. Un client peut rembourser jusqu'à 240 € par mois. Quelle somme peut-il d'emprunter ?

Pour $a = 240$ €, $i = 0{,}01$ et $n = 18$ mois, on obtient que $V_0 = 3\,935{,}58$ € environ.

b. Si un autre client désire emprunter 5 000 €, quel sera le montant de la mensualité ?

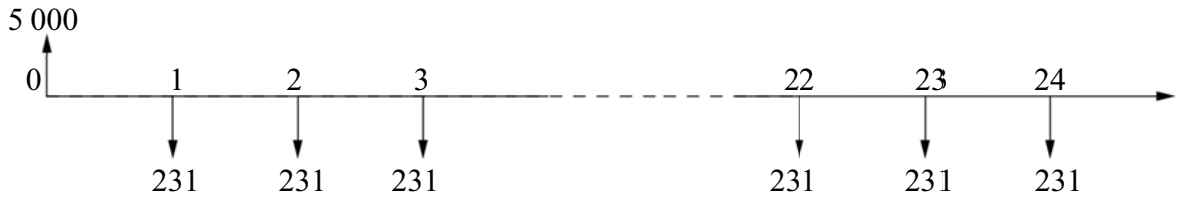
Pour $V_0 = 5\,000$, $i = 0{,}01$ et $n = 12$, on trouve que $a = 304{,}91$ € environ.

Remarque

Cette formule est utilisée par les banques pour calculer le montant de la mensualité sans tenir compte des arrondis sur les intérêts mensuels. Seul le tableau de remboursement fait foi et selon les banques la dernière mensualité peut être différente ou pas. On pourra s'en apercevoir en manipulant le fichier **24-*tableau de remboursement.xlsx***.

Exemple 9 : Détermination du taux d'intérêt ou taux actuariel ou taux de rentabilité interne.

Un autre prêteur propose 5 000 € remboursables en 24 mensualités de 231 €.
Pour comparer cet emprunt à celui de l'**exemple 7,** on ne peut pas utiliser le coût du crédit puisque les durées de ces deux prêts ne sont pas les mêmes.
Il faut comparer les taux d'intérêts par période. On note t le taux mensuel de ce prêt.
On a le schéma des flux financiers suivant :



Comme la somme des valeurs actualisées en date 0 des 24 annuités de 231 € au taux mensuel t doit être égale à 5 000, t est donc une solution de l'équation : $V_0(t) = 5\,000$.

$$231 \times \frac{1-(1+t)^{-24}}{t} = 5\,000$$

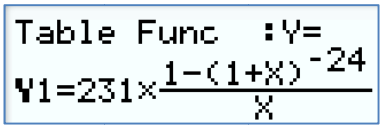
Remarque

À capacité de remboursement constant (a et n constants) une augmentation du taux d'intérêt induit une diminution du capital que l'on peut emprunter.

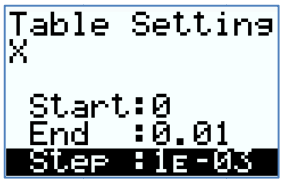
Pour un taux de 1 %, on trouve que $231 \times \frac{1-1{,}01^{-24}}{0{,}01} = 4\,907{,}22 < 5\,000$ donc $t < 0{,}01$.

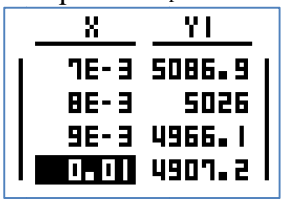
Idée n° 1

On peut trouver une valeur approchée de t à l'aide du tableur d'une calculatrice :

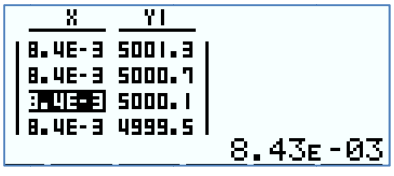


Puis on recherche une valeur approchée de X pour laquelle Y_1=5 000.





On peut en conclure que : $0{,}008 < t < 0{,}009$, puis on affine :



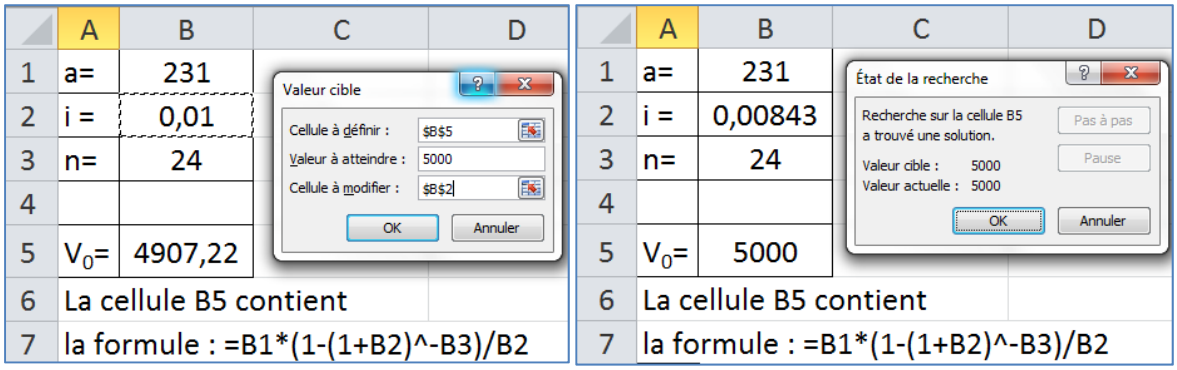
On peut en conclure que $t \simeq 0{,}843$ % à 10^{-3} près en pourcentage.

Idée n° 2

Utiliser le solveur d'une calculatrice.

Idée n° 3

Utiliser la commande ***Outils, Valeur cible*** d'un tableur.



	A	B	C	D
1	a=	231		
2	i =	0,01		
3	n=	24		
4				
5	V_0=	4907,22		
6	La cellule B5 contient			
7	la formule : =B1*(1-(1+B2)^-B3)/B2			

	A	B	C	D
1	a=	231		
2	i =	0,00843		
3	n=	24		
4				
5	V_0=	5000		
6	La cellule B5 contient			
7	la formule : =B1*(1-(1+B2)^-B3)/B2			

Idée n° 4

Utiliser la fonction `TRI(plage)` d'un tableur (TRI comme Taux de Rentabilité Interne).
Pour l'exemple précédent, on note en ligne ou en colonne les flux financiers par période affectés du signe + pour une recette et du signe – pour une dépense.

Remarque

La fonction TRI à l'avantage d'être valable avec des annuités non constantes.

	A	B	C	D
1	**Date**	**Flux**		
2	0	5000		
3	1	-231		
4	2	-231		
5	3	-231		
6	4	-231		
7	5	-231		
8	6	-231		
9	7	-231		
10	8	-231	**t=**	**0,84327%**
11	9	-231		
12	10	-231		
13	11	-231		
14	12	-231		
15	13	-231		
16	14	-231		
17	15	-231		
18	16	-231		
19	17	-231		
20	18	-231		
21	19	-231		
22	20	-231		
23	21	-231		
24	22	-231		
25	23	-231		
26	24	-231		

D10 =TRI(B2:B26)
Attention, par défaut, l'affichage est arrondi à l'entier le plus proche. Il faut donc modifier manuellement le format de la cellule pour qu'elle affiche plusieurs décimales.

Exemple 10

Un particulier investit 4 500 € dans l'installation d'un chauffe-eau solaire.
Il suppose que :

- Le matériel fonctionnera sans panne pendant 15 ans et qu'il permettra d'économiser 300 litres de fuel par an.
- Le prix du fuel, à 1 € par litre en date 1, augmentera de 2 % par ans pendant les 15 ans.

On obtient le tableau des flux financiers suivant et un taux de rentabilité interne d'environ 1,75 % annuel sur 15 ans.

	A	B	C	D
1	**Date**	**Flux**		
2	0	-4500		
3	1	300		
4	2	306		
5	3	312,12		
6	4	318,36		
7	5	324,73		
8	6	331,22		
9	7	337,84		
10	8	344,6	**t=**	**1,74833%**
11	9	351,49		
12	10	358,52		
13	11	365,69		
14	12	373		
15	13	380,46		
16	14	388,07		
17	15	395,83		

Cela correspond à la situation suivante :
Si ce particulier dispose d'un compte épargne rémunéré au taux annuel de 1,75 %, qu'il y dépose 4 500 € en date 0, puis qu'il retire chaque année le montant indiqué dans le flux, alors, en date 15, ce compte épargne sera crédité d'environ 395,83 €.

VI - Aspect légal du crédit en France et en Europe.

Dans la pratique, les banques partent d'un taux **nominal mensuel :** t_{nom} qui permet de calculer le montant a des $n-1$ premières mensualités, la dernière mensualité devant clôturer l'emprunt.
Le taux nominal annuel est donné au client, il est égal à $12 \times t_{nom}$: c'est le taux annuel proportionnel au taux nominal mensuel.

Pour les crédits à la consommation

Le taux légal est appelé TEG ou TAEG (Taux Annuel Effectif Global).

- S'il n'y a pas de frais de dossier, ce taux est le taux annuel équivalent au taux actuariel quotidien sur une base de 365 jours ou bien équivalent au taux nominal mensuel pour des crédits dont la date d'échéance est fixée au même jour de chaque mois.

- S'il y a des frais de dossier payés en date 0, on calcule de taux actuariel mensuel t qui est la solution de l'équation $V_0(t) = \textit{Montant emprunté} - \textit{Frais de dossier}$.

- Le TAEG est alors le taux annuel équivalent à t.

Retour à l'exemple 9 :

Si on rajoute au contrat 80 € de frais de dossier, le taux actuariel mensuel des flux financiers est alors la solution de l'équation

$$231 \times \frac{1-(1+t)^{-24}}{t} = 4\,920$$

Puisqu'en date 0, l'emprunteur ne dispose plus que de 4 920€ qu'il rembourse en 24 mensualités de 231 €.
À l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, on obtient : $i = 0{,}978$ %.
Puis $1{,}00978^{12} = 1{,}1239$ soit un TAEG de 12,39 %.

Le TEG est le taux annuel **proportionnel** au taux actuariel quotidien ou mensuel.
Pour plus de précision on pourra consulter les pages :
http://www.cbanque.com/credit/taux-effectif-global.php
http://www.cbanque.com/credit/teg2.php

Seuil de l'usure

Tous les trimestres, la Banque de France, détermine le TEG moyen de chaque type de crédit. Ces taux moyens augmentés d'un tiers constituent les seuils de l'usure pour le trimestre suivant, c'est-à-dire les valeurs des TEG à ne pas dépasser.
Le dépassement du seuil de l'usure est un délit passible d'un emprisonnement de deux ans et d'une amende de 45 000 euros ou de l'une de ces deux peines seulement en plus du remboursement des intérêts perçus.
Pour plus de précisions :
http://www.cbanque.com/credit/taux-usure.php
https://www.banque-france.fr/economie-et-statistiques/changes-et-taux/taux-dusure.html

LES TESTS STATISTIQUES
AVEC UNE CALCULATRICE OU GEOGEBRA
- Partie 3 -

Voici le dernier article *Tests statistiques avec la calculatrice ou GeoGebra*. Nous avons abordé les tests de conformité d'une moyenne et d'une proportion, et les tests de comparaison de deux proportions, de deux variances et de deux moyennes dans les deux précédents bulletins. Ici, nous présentons les tests du Khi-deux[1]. Comme dans les deux précédents articles, nous ne détaillerons pas le lien avec le travail mené habituellement à l'écrit.

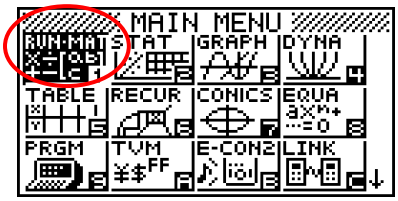
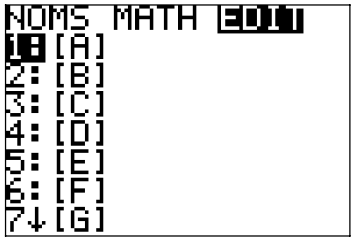
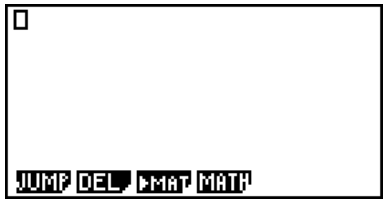
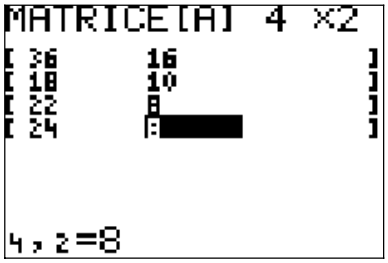
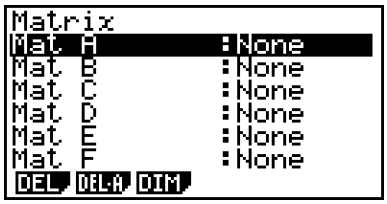
Certaines des fonctionnalités présentées ne sont pas présentes sur tous les modèles de calculatrices.

Saisie d'une matrice

Saisie de la matrice $\begin{pmatrix} 36 & 16 \\ 18 & 10 \\ 22 & 8 \\ 24 & 8 \end{pmatrix}$ qui sera utilisée dans un exemple traité.

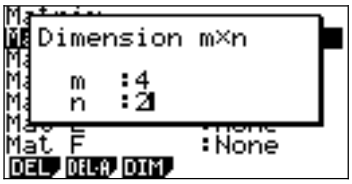
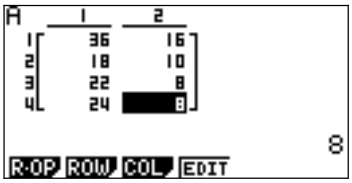
Avec une calculatrice

Saisie dans la matrice **A** (si elle ne contient pas de données que l'on souhaite conserver !)

sur CASIO 35+	sur TI 83 PLUS *.fr*
touche [MENU], option [RUN MAT] 	**matrice** touches [2nde], puis [x^{-1}]  onglet [EDIT], ligne **1: [A]**
 touche [F3] pour l'onglet [▶MAT]	On saisit la taille de la matrice et les valeurs des différents termes de la matrice. 
 Touche [F3] pour l'onglet [DIM] où l'on entre la dimension de la matrice.	Après validation du dernier terme, la matrice est prête.

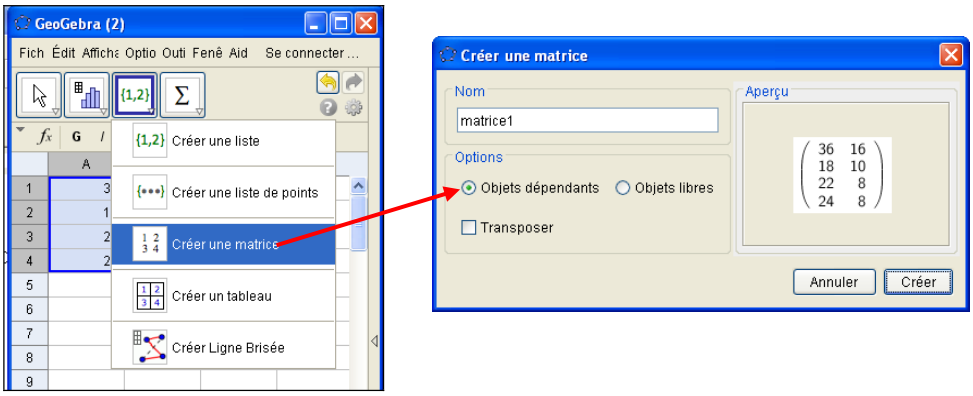
[1] Des références théoriques sont consultables dans les articles du GRES en ligne sur R2math :

- exercices corrigés : http://r2math.enfa.fr/wp-content/uploads/2010/07/6-7-exercice.pdf
- test du Khi-2 d'indépendance : http://r2math.enfa.fr/wp-content/uploads/2010/07/9-10-independance.pdf
- Excel et le test du Khi-2 d'indépendance : http://r2math.enfa.fr/wp-content/uploads/2010/07/8-7-excel.pdf

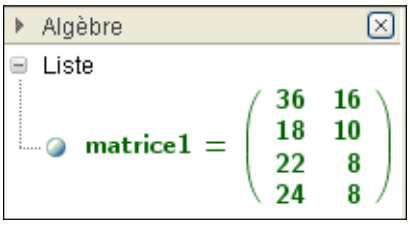
sur casio 35+
 On va saisir une matrice avec 4 lignes et 2 colonnes.
On saisit les différents termes de la matrice.  Après validation du dernier terme, la matrice est prête.

Avec GeoGebra

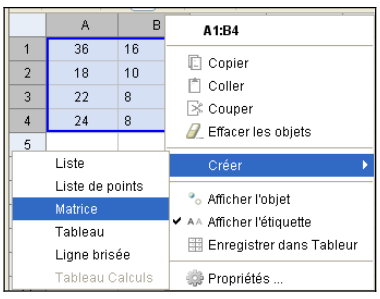
On saisit (ou on copie) les termes de la matrice dans le tableur de GeoGebra (menu ***Affichage*** ou touches **Ctrl** + **Maj** + **S**) en respectant la forme de la matrice. On sélectionne la plage de ces termes, on utilise le bouton {1,2}, option ***Créer une matrice***.



L'option ***Objets dépendants*** lie la matrice au tableur (toute modification dans le tableur aura une incidence sur la matrice). Si on ne souhaite pas cette liaison, on utilise l'option ***Objets libres***. On obtient la matrice correspondante : ***matrice1*** (dont on peut bien sûr changer le nom par défaut !), dans la fenêtre ***Algèbre*** :



Remarque :
Au lieu d'utiliser le bouton de la barre d'outils, on peut aussi faire un clic droit sur la zone sélectionnée et choisir ***Créer***, ***Matrice*** qui crée une matrice liée au tableur.



Test d'indépendance du Khi-deux

Exemple

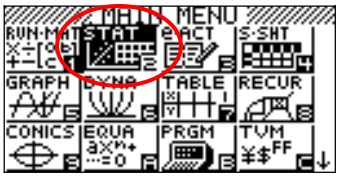
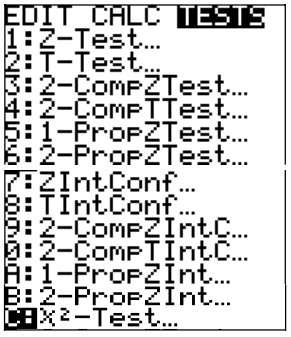
Dans un élevage bovin, comportant des bêtes de quatre races différentes, on a étudié 142 gestations et on en a déduit la distribution des effectifs donnée ci-dessous :

		Issue de la gestation	
		Vêlages	**Avortements**
Races	**1**	36	16
	2	18	10
	3	22	8
	4	24	8

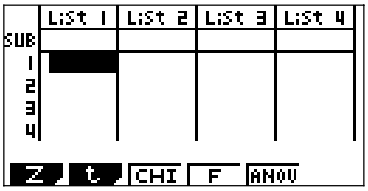
Doit-on en conclure qu'il existe une relation entre les races et l'issue de la gestation des vaches de l'élevage, au seuil de risque $\alpha = 0{,}05$?

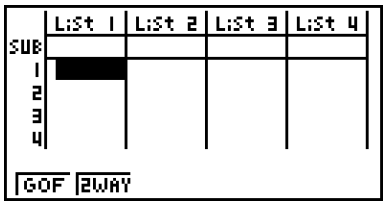
Avec une calculatrice

Le tableau des effectifs observés a été saisi, par exemple dans la matrice A selon les procédures décrites précédemment. Ainsi $A = \begin{pmatrix} 36 & 16 \\ 18 & 10 \\ 22 & 8 \\ 24 & 8 \end{pmatrix}$.

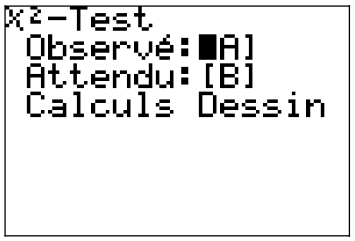
<table>
<tr><th>sur CASIO 35+</th><th>sur TI 83 PLUS fr</th></tr>
<tr><td>touche [MENU], option [STAT]
 
</td><td rowspan="4">touche [stats], onglet [TESTS]
 

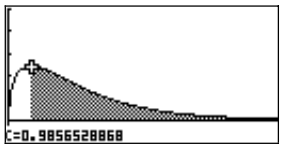
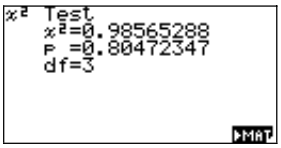
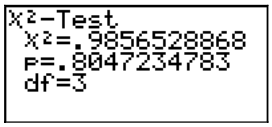
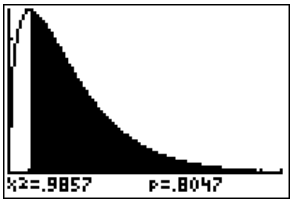
C:χ^2-Test...</td></tr>
<tr><td>

touche [F3] pour l'onglet [TEST]</td></tr>
<tr><td> 

touche [F3] pour l'onglet [CHI]</td></tr>
<tr><td> 

touche [F2] pour l'onglet [2WAY]</td></tr>
</table>

sur CASIO 35+		sur TI 83 PLUS *.fr*
 Pour changer de matrice : – touche **F1** pour l'onglet **Mat** et choisir une matrice déjà saisie **ou** – touche **F2**, onglet **▶MAT** pour construire la matrice des données. Dans ce cas, on saisit la matrice comme exposé au début de l'article...	On complète la fenêtre en fonction de : - la matrice dans laquelle se trouvent les effectifs observés, ici A - la matrice dans laquelle on obtiendra les effectifs théoriques, ici B	 **Pour changer de matrice :** touches **2nde**, puis **matrice** x^{-1} et valider par **entrer** la matrice voulue.

DRAW sur CASIO	CALC sur CASIO	Calculs sur TI	Dessin sur TI
			

La variable de décision est $T = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{2} \frac{(Z_{i,j} - t_{i,j})^2}{t_{i,j}}$ où les $Z_{i,j}$ sont les variables aléatoires qui donnent le nombre d'observations de chaque couple de modalités (*Race* , *Issue*) et les $t_{i,j}$ sont les valeurs théoriques des effectifs de ces couples de modalités sous l'hypothèse d'indépendance des deux caractères étudiés. Sous l'hypothèse d'indépendance, la loi de T est approchée par la loi du Khi-deux à $(4-1)(2-1) = 3$ degrés de liberté lorsque les $t_{i,j}$ sont supérieurs ou égaux à 5.

χ^2 est la valeur observée de T. $\chi^2 \simeq 0{,}985\,652\,88$.

p est la probabilité que, sous l'hypothèse d'indépendance, la variable aléatoire T prenne une valeur supérieure à χ^2. Ici, $\mathbf{p} = P(T > 0{,}985\,652\,88) \simeq 0{,}804\,723\,47$.

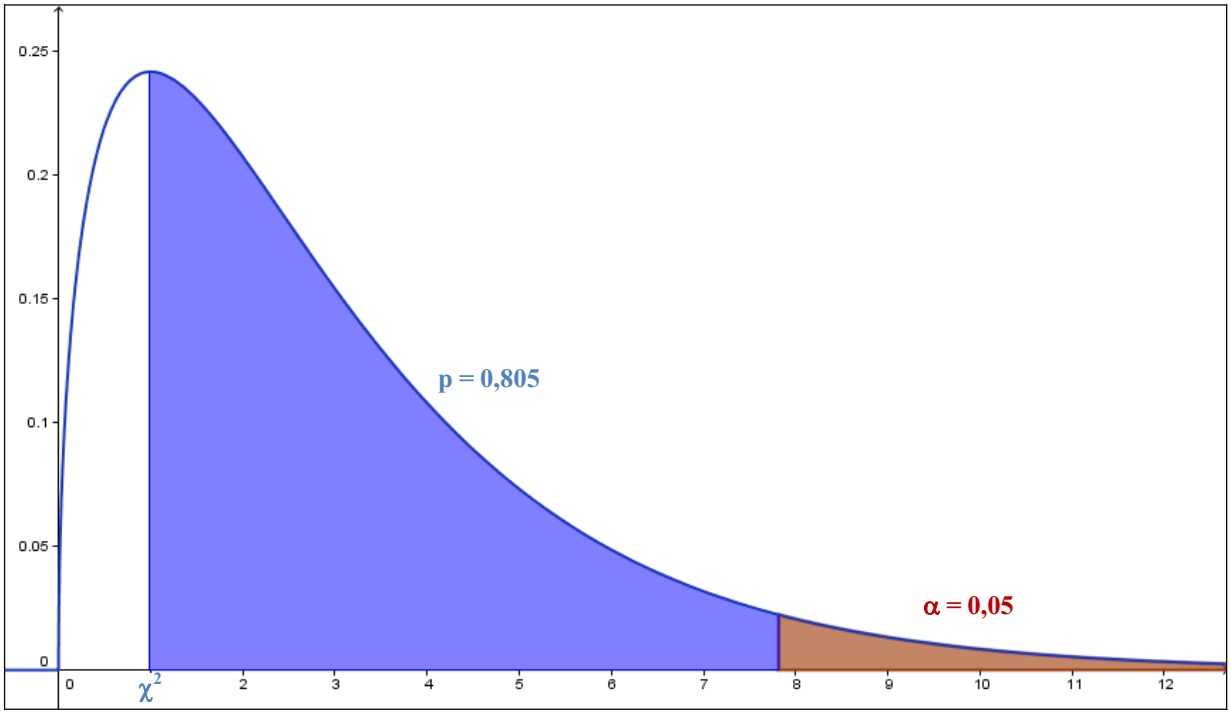
df est le nombre de degrés de liberté de T.

Exploitons les résultats donnés par la calculatrice pour donner la conclusion du test en comparant α avec la *p-value* **p**.

- Si $\alpha > 0{,}804\,723\,47$, on rejette l'hypothèse d'indépendance des deux caractères étudiés.
- Si $\alpha \leq 0{,}804\,723\,47$, on n'est pas en mesure de rejeter l'hypothèse d'indépendance des deux caractères étudiés.

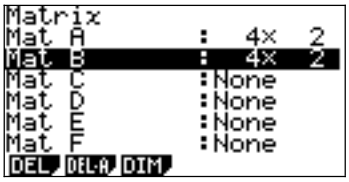
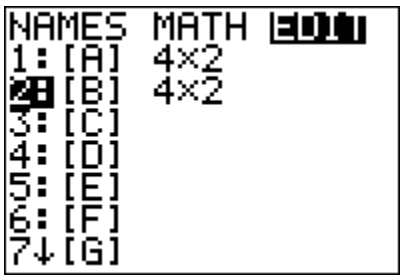
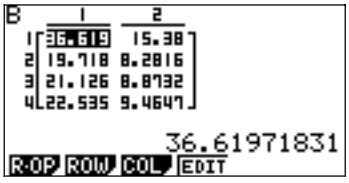
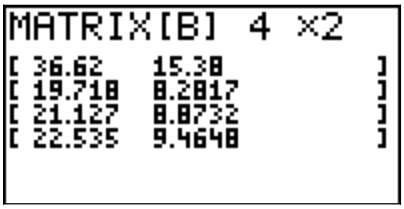
Revenons à notre exemple :

Comme $\alpha = 0{,}05$, $\alpha < p$, on n'est pas en mesure de rejeter l'hypothèse d'indépendance des deux caractères étudiés.



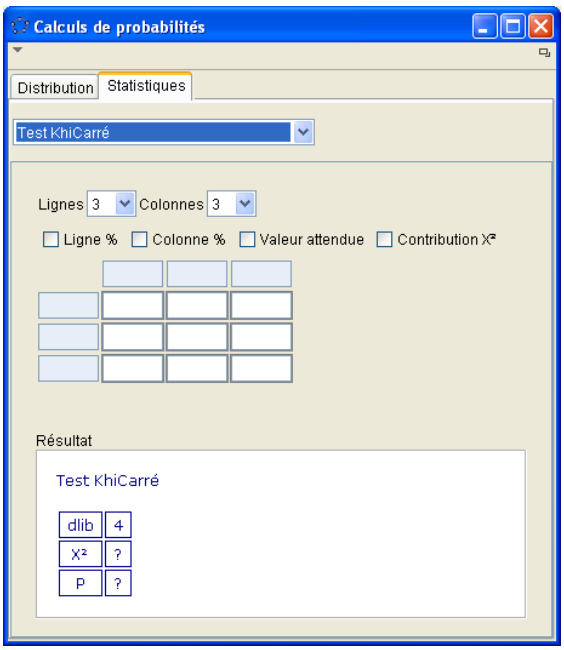
Remarque :

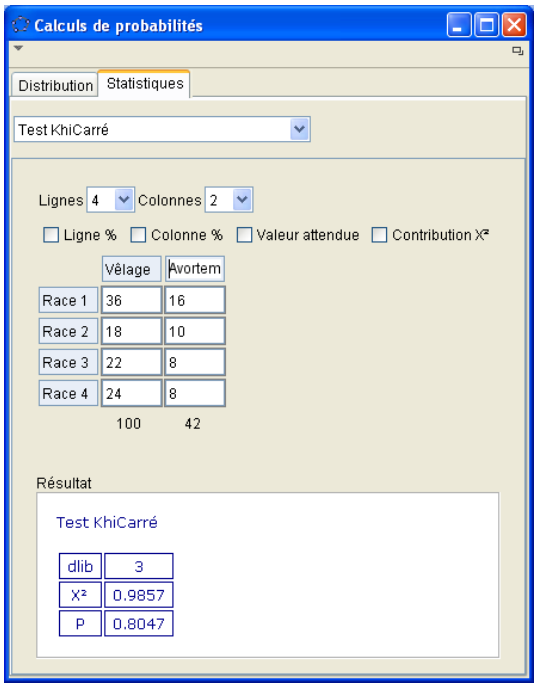
Pour afficher les valeurs théoriques attendues des effectifs de chaque couple de modalités, il suffit d'afficher la matrice **B** :

sur CASIO 35+	**sur TI 83 PLUS *.fr***
touche [MENU], option [RUN MAT] puis touche [F3] pour l'onglet [▶MAT] On sélectionne la ligne de la matrice **B** et utilise la touche [EXE]. 	**matrice** touches [2nde], puis [x^{-1}], onglet [EDIT]  et validation de la matrice voulue, ici **B**
	

Avec GeoGebra

On utilise l'onglet ***Statistiques*** proposé dans le module ***Calculs de probabilités*** (menu ***Affichage*** ou touches **Ctrl** + **Maj** + **P**). On choisit la commande ***TestKhiCarré***, on saisit la matrice des effectifs des couples de modalités observées dans la fenêtre qui s'ouvre :





On obtient :

dlib : le nombre de degrés de liberté de T.

χ^2 : la valeur observée de T. $\chi^2 \simeq 0{,}985\ 7$.

P est la probabilité que, sous l'hypothèse d'indépendance, la variable aléatoire T prenne une valeur supérieure à χ^2. Ici, $\mathbf{P} = P(T > 0{,}985\ 652\ 88) \simeq 0{,}804\ 7$.

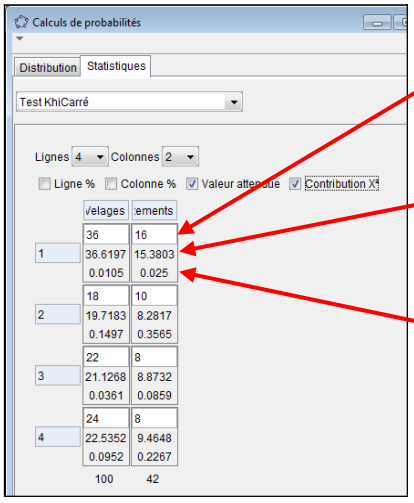
Comme $\alpha = 0{,}05$, $\alpha < \mathbf{P}$, on n'est pas en mesure de rejeter l'hypothèse d'indépendance des deux caractères étudiés.

Remarque :

Et à quoi servent les 4 cases à cocher

?

Les options ***Ligne %*** et ***Colonne %*** permettent d'afficher les profils ligne ou colonne (comme dans les tableaux de contingence…).



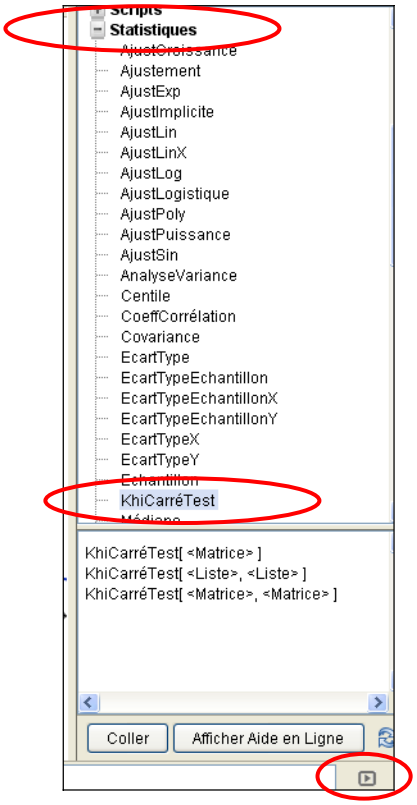
Les $n_{i,j}$ sont les nombres d'observations de chaque couple de modalités (*Race* , *Issue*)

L'option ***Valeur attendue*** permet d'afficher les effectifs théoriques $t_{i,j}$.

L'option ***Contribution*** χ^2 permet d'afficher les valeurs $\dfrac{(n_{i,j} - t_{i,j})^2}{t_{i,j}}$ dont la somme est égale à la valeur observée de T.

Avec GeoGebra (bis)

On peut aussi utiliser la commande ***KhiCarréTest*** accessible dans la liste des commandes de la rubrique ***Statistiques***. La liste des commandes s'obtient (et se ferme) avec la flèche à droite de la zone de saisie.



La syntaxe est : ***KhiCarréTest[Matrice]***

Matrice est la matrice des valeurs observées. La commande donne le résultat sous la forme d'une liste $\{p\text{-}value, T_{obs}\}$.

Si on a créé la matrice ***matrice1*** des effectifs des couples de modalités observées, la formule à utiliser est ***KhiCarréTest[matrice1]*** à écrire dans la ligne de saisie. On obtient $\{0.805, 0.986\}$. Pour conclure, il reste à comparer α avec la p-value p comme précédemment.

Remarque :

Le nombre de chiffres des résultats est choisi par la commande ***Arrondi*** du menu ***Options***.

Remarque :

Si on dispose des valeurs théoriques attendues, une autre option est disponible pour la commande ***KhiCarréTest***.

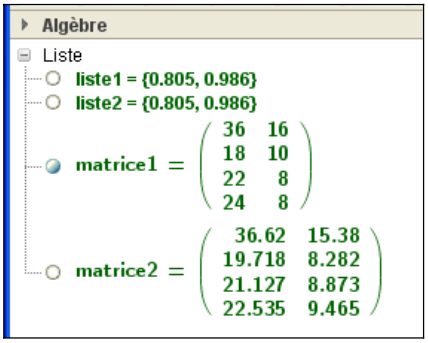
KhiCarréTest[Matrice des valeurs observées , Matrice des valeurs attendues]

réalise un test du Khi-deux à partir de la matrice des valeurs observées et de la matrice des valeurs attendues.

La commande donne le résultat sous la forme d'une liste $\{p\text{-}value, \chi^2\}$.

Reprenons notre exemple :

Si on dispose de la ***matrice2*** contenant les valeurs théoriques attendues :



Ici, la formule est ***KhiCarréTest[matrice1,matrice2]*** à écrire dans la ligne de saisie. On obtient $\{0.805, 0.986\}$. On peut changer la précision de l'affichage des nombres dans le menu **Options**, rubrique **Arrondi**. Pour conclure, il reste à comparer α avec la p-value p comme précédemment. comme $\alpha = 0{,}05$, $\alpha < P$, on n'est pas en mesure de rejeter l'hypothèse d'indépendance des deux caractères étudiés.

Test du Khi-deux d'adéquation à une loi théorique

Exemple

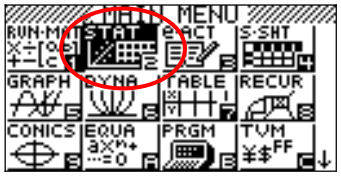
Un couple de cobayes à pelage gris et lisse a donné naissance à 128 descendants dont les pelages se répartissent de la manière suivante :

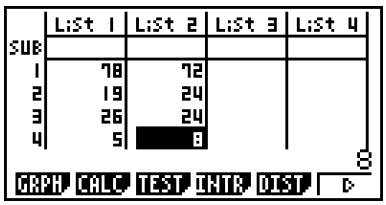
78 au pelage gris et lisse (*gl*)	19 au pelage blanc et rude (*br*)
26 au pelage blanc et lisse (*bl*)	5 au pelage gris et rude (*gr*)

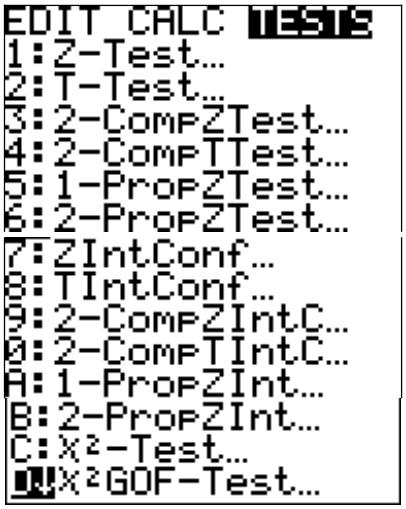
Si l'on admet que la transmission de ces deux caractères suit les lois de Mendel, les fréquences théoriques d'apparition f_{gl}, f_{bl}, f_{br}, f_{gr} des différentes catégories doivent être proportionnelles à 9, 3, 3 et 1.

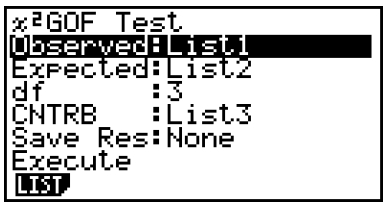
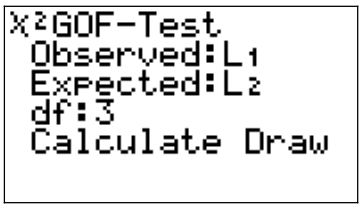
Les résultats expérimentaux permettent-ils d'accepter ce mode de transmission au seuil de 5 % ?

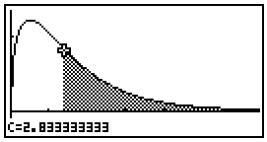
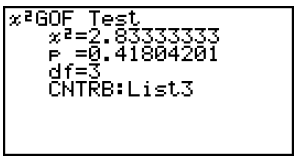
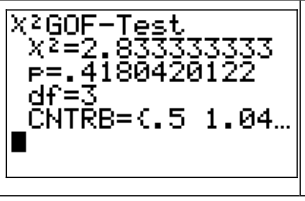
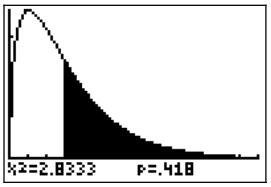
Avec une calculatrice

<table>
<tr><th>sur CASIO 35+</th><th>sur TI 83 PLUS .fr</th></tr>
<tr><td colspan="2">Les effectifs observés et les effectifs attendus sont saisis dans des listes (ici respectivement dans L1 = {78 , 19 , 26 , 5} et L2 = {72 , 24 , 24 , 8}).</td></tr>
<tr><td>touche [MENU], option [STAT]
 

On saisit les données observées et attendues dans les listes 1 et 2
 

touches [F3] pour l'onglet [TEST],
puis [F3] pour l'onglet [CHI]
puis [F1] pour l'onglet [GOF]</td><td>touche [stats], onglet [TESTS]
 

D:χ^2GOF-Test
(GOF : Goodness Of Fit)</td></tr>
<tr><td> 
</td><td> 
</td></tr>
</table>

DRAW sur CASIO	CALC sur CASIO	Calculs sur TI	Dessin sur TI
			

La variable de décision est $T = \sum_{i=1}^{4} \frac{(Z_i - t_i)^2}{t_i}$ où les Z_i sont les variables aléatoires qui donnent le nombre d'observations de chaque modalité et les t_i sont leurs valeurs théoriques sous l'hypothèse d'adéquation de la répartition observée au modèle testé. Sous l'hypothèse d'adéquation, la loi de T est approchée par la loi du Khi-deux à $4 - 1 = 3$ degrés de libertés lorsque les t_i sont supérieurs ou égaux à 5.

χ^2 est la valeur observée de T. $\chi^2 \simeq 2{,}83\ 333\ 33$.

p est la probabilité que, sous l'hypothèse d'adéquation, la variable aléatoire T prenne une valeur supérieure à χ^2. Ici, **p** = P($T > 2{,}83\ 333\ 33$) $\simeq 0{,}418\ 042\ 012\ 2$.

df est le nombre de degrés de liberté de T.

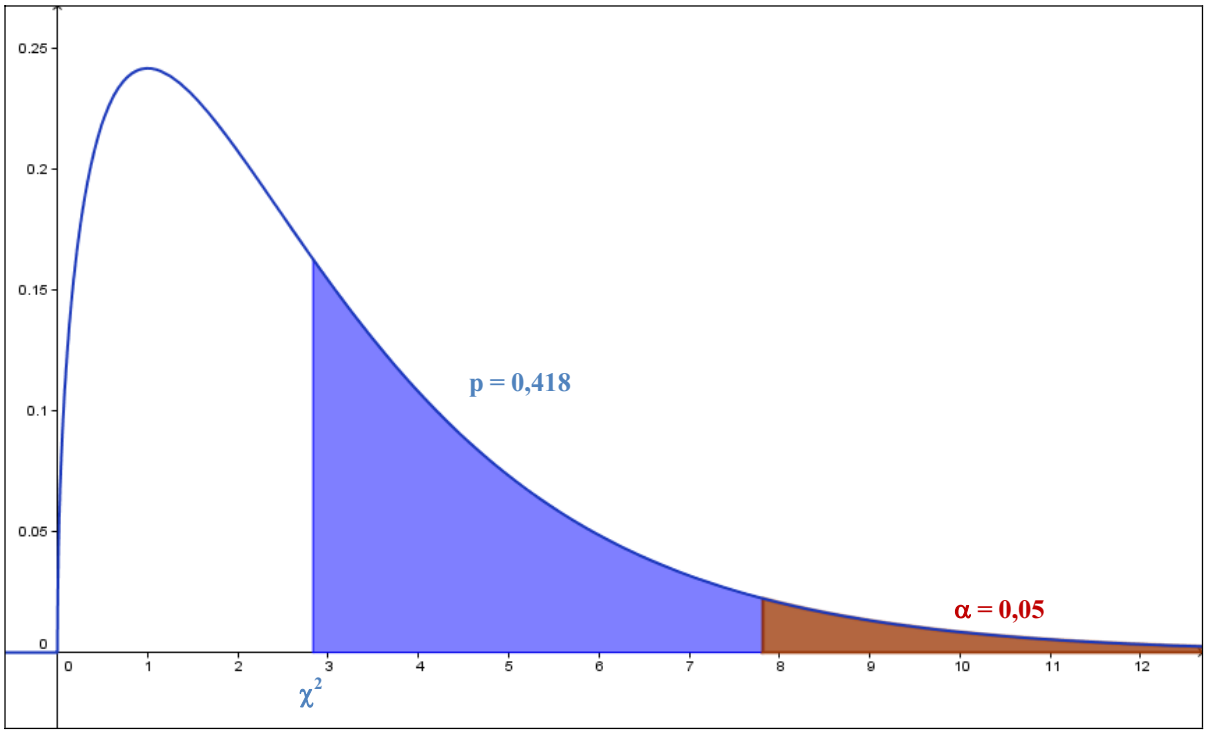
CNTRB est la liste des résultats des calculs $\frac{(Z_i - t_i)^2}{t_i}$ pour $1 \leq i \leq 4$.

Exploitons les résultats donnés par la calculatrice pour rédiger une règle de décision en comparant α avec la *p-value* **p**.

- Si $\alpha > 0{,}418\ 042\ 012\ 2$, on rejette l'hypothèse d'adéquation.
- Si $\alpha \leq 0{,}418\ 042\ 012\ 2$, on n'est pas en mesure de rejeter l'hypothèse d'adéquation.

Revenons à notre exemple :

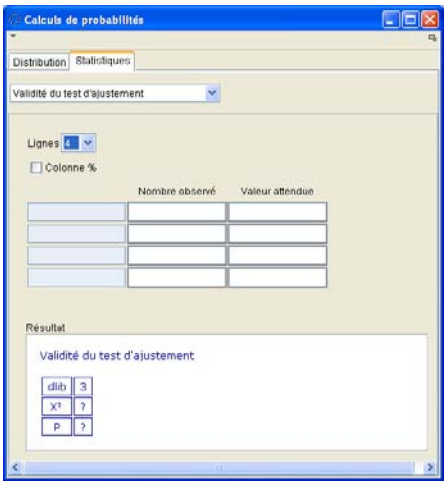
Comme **$\alpha = 0{,}05$:** $\alpha <$ **p**, on n'est pas en mesure de rejeter l'hypothèse d'adéquation à la distribution théorique des effectifs selon les lois de Mendel.

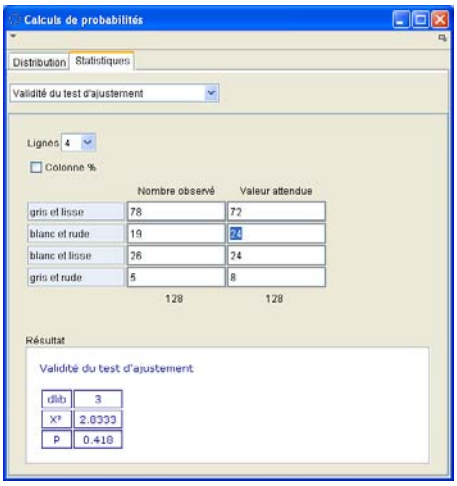


Avec GeoGebra

On utilise l'onglet ***Statistiques*** proposé dans le module ***Calculs de probabilités***. On choisit la commande ***Validité du test d'ajustement***.

Dans l'exemple, les valeurs théoriques sont $\frac{128}{(9+3+3+1)} \times 9 = 8 \times 9 = 72$, $8 \times 3 = 24$, $8 \times 3 = 24$ et $8 \times 1 = 8$.





La variable de décision est $T = \sum_{i=1}^{4} \frac{(N_i - t_i)^2}{t_i}$ où les N_i sont les variables aléatoires qui donnent le nombre d'observations de chaque modalité et les t_i sont les valeurs théoriques des effectifs de ces modalités. Sous l'hypothèse d'adéquation des données à la distribution théorique, la loi de T est approchée par la loi du Khi-deux à $(4 - 1) = 3$ degrés de libertés lorsque les t_i sont supérieurs ou égaux à 5.

dlib est le nombre de degrés de liberté de T.

χ^2 est la valeur observée de T. $\chi^2 \simeq 2{,}833\,3$.

P est la probabilité que, sous l'hypothèse d'adéquation des données à la distribution théorique, la variable aléatoire T prenne une valeur supérieure à χ^2. Ici, $\mathbf{P} = P(T > 2{,}833\,3) \simeq 0{,}418$.

Comme $\alpha = 0{,}05$: $\alpha < \mathbf{p}$, on n'est pas en mesure de rejeter l'hypothèse d'adéquation à la distribution théorique des effectifs selon les lois de Mendel.

Avec GeoGebra (bis)

On peut aussi utiliser la commande ***KhiCarréTest***, disponible dans la liste des commandes de la rubrique **Statistiques**, dont la syntaxe est ***KhiCarréTest[liste1,liste2]***.

liste1 est la liste des effectifs observés et ***liste2*** est la liste des valeurs attendues sous l'hypothèse d'adéquation des données à la distribution testée. La commande donne le résultat sous la forme d'une liste $\{p\text{-}value, \chi^2\}$.

Reprenons notre exemple :

Ici, la formule est ***KhiCarréTest[{78,19,26,5},{72,24,24,8}]*** à écrire dans la ligne de saisie. On obtient $\{0.418, 2.833\}$. Pour conclure, il reste à comparer α avec la p-value p comme précédemment.

Remarque : On peut créer une liste directement dans la zone de saisie : les termes de la liste sont écrits entre accolades, séparés par des virgules (textes entre guillemets) ou à partir de cellules sélectionnées dans le tableur et commande *Créer*, *Liste* dans le menu contextuel obtenu par un clic droit.

STATISTIQUE INFÉRENTIELLE DANS LES ÉPREUVES TERMINALES DE BTSA

Les épreuves nationales des BTSA, dont la plupart ne concernent qu'un nombre limité de candidats, vont néanmoins bien au-delà de leur mission première d'évaluer pour les enseignants que nous sommes. Nous pouvons les considérer comme des documents de référence pour l'organisation de nos modules soumis au contrôle continu en CCF.

Nous présentons ici des corrigés d'extraits d'une épreuve de mathématiques et d'épreuves professionnelles, la part de statistique inférentielle étant loin d'être négligeable dans ces dernières. En particulier, les référentiels des BTSA STA et ANABIOTEC comportent une partie *Statistique* assez importante dans leurs modules professionnels : M54 pour le premier et M53 pour le second. Leurs destins au niveau de l'évaluation sont assez croisés. En effet, feue l'épreuve ET2, épreuve scientifique du BTSA IAA, a fait place à l'épreuve E6 du BTSA STA alors que les étudiants de BTSA ANABIOTEC ont eu l'*agréable* surprise de voir apparaître une épreuve scientifique E7-1 en épreuve nationale alors qu'ils n'en avaient pas avant la réforme.

La première épreuve de référence que nous avons choisie est l'épreuve E4 2014. Commune à tous les BTSA, elle peut porter sur les objectifs 1 et 2 du module M41 et donc sur des notions de statistique inférentielle de l'objectif 2. Ensuite, nous proposons successivement un corrigé d'un extrait[1] (partie statistique) de l'épreuve E6 de BTSA STA 2014 et un corrigé d'un extrait (partie statistique) de l'épreuve E7-1 du BTSA ANABIOTEC 2014. Notons que nous aurions pu également proposer l'épreuve E5 du BTSA ANABIOTEC qui, en général, contient un exercice de statistique.

BTSA toutes options – Métropole Réunion - Épreuve E4 – Session 2014

Exercice 2 (5 points)

La verse est un accident de végétation atteignant les céréales, provoqué par la pluie ou le vent, et couchant les tiges au sol. Elle peut être due entre autres, à une fumure déséquilibrée (excès d'azote) provoquant une croissance exagérée des tiges.

Une étude statistique a été menée sur 200 parcelles de blé d'un même terroir sur lesquelles différents apports d'azote ont été réalisés, afin d'étudier un éventuel effet de cet apport sur l'apparition de la verse.

Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Intensité de la verse / Apport d'azote	Parcelles non touchées par la verse	Parcelles peu touchées par la verse	Parcelles très touchées par la verse
Faible apport d'azote	30	13	7
Apport raisonné d'azote	49	37	14
Excès d'azote	17	18	15

Au seuil de risque 0,05, peut-on considérer que l'apport d'azote a une influence sur l'apparition de la verse ?

[1] Les sujets complets sont disponibles sur le site R2math : http://r2math.enfa.fr/ressources-pedagogiques/py-math/py-math-bulletin-24-mai-2015/

Corrigé :

Réalisons un test du khi-deux d'indépendance.

- Les hypothèses de ce test sont :
  H_0 : "L'apport d'azote n'a pas eu d'influence sur l'apparition de la verse"
  H_1 : "L'apport d'azote a eu une influence sur l'apparition de la verse"
- Sous l'hypothèse d'indépendance H_0, on peut calculer les effectifs théoriques attendus.
  Par exemple pour le premier : $\frac{30+13+7}{200} \times (30 \times 49 + 17) = \frac{50 \times 96}{200} = 24$. Ces effectifs $\widehat{n_{ij}}$ sont consignés dans le tableau suivant :

		Intensité de la verse		
		non	peu	très
Apport d'azote	faible	24	17	9
	raisonné	48	34	18
	excès	24	17	9

- Sous l'hypothèse d'indépendance H_0, la variable aléatoire $T = \sum_{(i;j)} \frac{\left(N_{ij} - \widehat{n_{ij}}\right)^2}{\widehat{n_{ij}}}$ est distribuée approximativement selon la loi de Khi-deux à $\nu = (3-1)(3-1) = 4$ degrés de liberté avec N_{ij} les variables aléatoires qui, à chaque échantillon de 200 parcelles, associent les effectifs de chacun des couples de modalités des variables (faible , non), (faible , peu)...
- Notons t_{obs} la valeur observée de T sur l'échantillon.
  Le test étant unilatéral à droite, cette valeur doit être comparée à la valeur critique $\chi_{1-\alpha}$. La règle de décision est la suivante :
  - si $t_{obs} \geq \chi_{1-\alpha}$ alors on rejette H_0 ;
  - si $t_{obs} < \chi_{1-\alpha}$ alors on n'est pas en mesure de rejeter H_0.
- Valeur observée de T : $t_{obs} = \sum_{(i;j)} \frac{\left(n_{ij} - \widehat{n_{ij}}\right)^2}{\widehat{n_{ij}}}$ où les n_{ij} sont les valeurs observées des N_{ij} sur l'échantillon de 200 parcelles étudié.

$$t_{obs} = \frac{(30-24)^2}{24} + \frac{(13-17)^2}{17} + \frac{(7-9)^2}{9} + \frac{(49-48)^2}{48} + \frac{(37-34)^2}{34} + \frac{(14-18)^2}{18} + \frac{(17-24)^2}{24} + \frac{(18-17)^2}{17} + \frac{(15-9)^2}{9} \approx 10{,}06.$$

- Le seuil est $\alpha = 0{,}05$, la valeur critique associée est $\chi_{0,95} = 9{,}49$ (lecture dans la table).
- Comme $10{,}06 \geq 9{,}49$ alors $t_{obs} \geq \chi_{0,95}$: on rejette l'hypothèse d'indépendance H_0.
- **Conclusion :** Au seuil de risque de 0,05, nous pouvons considérer que l'apport d'azote a eu de l'influence sur l'apparition de la verse.

BTSA option STA – France Métropolitaine - Épreuve E6 – Session 2014

Énoncé (extrait)

La PME CROQ'LEG, installée à Carpentras, produit des légumes de quatrième gamme pour la grande distribution. Dans son atelier réfrigéré à 6°C, elle est en train de mettre en place la fabrication d'un nouveau produit : mélange de légumes conditionnés en sachets de 1 kg destiné à la préparation de soupe.

L'entreprise utilise exclusivement des matières premières d'origine française.
[...]

Pour respecter la réglementation (en particulier le décret 78-166), le cahier des charges interne à l'entreprise précise que la masse réelle d'un produit préemballé dont la masse nominale est de 1 000 g doit être comprise entre 985 g et 1 015 g.

Une étude précédente a montré que pour l'ensemble de la production, les masses exprimées en grammes sont distribuées selon une loi normale.

1.3 Afin d'éviter la mise en vente de produits hors tolérance, on admet que l'amplitude 30 de l'intervalle [985 ; 1 015] permet d'estimer l'écart type $\hat{\sigma}$ de la production en utilisant la relation suivante : $8.\hat{\sigma} = 30$.

En déduire la valeur de $\hat{\sigma}$.

1.4 On souhaite vérifier que la variance de la production n'est pas supérieure à $3{,}75^2$ (notée σ_0^2). Pour cela, on prélève de manière aléatoire un échantillon de 51 sachets de produits finis. On note *n* la taille de cet échantillon. L'écart type de ces 51 masses est 4,5. On le note *s*.

1.4.1 Mettre en œuvre un test statistique permettant de répondre à la question suivante :
Peut-on considérer que la variance de la production est supérieure à $3{,}75^2$?
(On prendra un seuil de risque de première espèce de 0,05.)

1.4.2 Conclure sur la conformité de la production.

On rappelle que, sous certaines conditions, la variable aléatoire *K* définie par $K = \dfrac{n S^2}{\sigma_0^2}$ est distribuée selon la loi du χ^2 à $n - 1$ degrés de liberté.

La table du χ^2 à *k* degrés de liberté est donnée au **document 6**.

Note de la rédaction :

La question 1.3 peut soulever des commentaires, à commencer par la capacité évaluée dans cette question. De plus, une confusion fâcheuse au niveau des écarts types est glissée dans la phrase : "On admet que l'amplitude 30 de l'intervalle [985 ; 1 015] permet d'estimer l'écart type $\hat{\sigma}$ de la production en utilisant la relation suivante : $8.\hat{\sigma} = 30$".
Il eût été préférable de dire : "On admet que l'amplitude 30 de l'intervalle [985 ; 1 015] permet d'estimer l'écart type σ de la production par la valeur, notée $\hat{\sigma}$, devant vérifier la relation suivante : $8.\hat{\sigma} = 30$".

Corrigé :

1.3. $\hat{\sigma} = \frac{30}{8} = 3{,}75$ g.

1.4.1. Le test statistique à mettre en place est un test de conformité de la variance à une variance théorique. Le seuil de risque choisi est $\alpha = 0{,}05$.

- Les hypothèses de ce test sont :
  H_0 : "$\sigma^2 = 3{,}75^2$"
  H_1 : "$\sigma^2 > 3{,}75^2$"

  Le test est donc unilatéral à droite.

- Sous l'hypothèse H_0, la variable aléatoire $K = \frac{n\,S^2}{\sigma_0^2} = \frac{51\,S^2}{3{,}75^2}$ est distribuée selon la loi du Khi-deux à $n - 1 = 51 - 1 = 50$ degrés de liberté avec S la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 51 sachets, associe l'écart type des masses.

- Notons k_{obs} la valeur observée de K sur l'échantillon.
  Le test étant unilatéral à droite, cette valeur doit être comparée à la valeur critique $\chi_{1-\alpha}$. La règle de décision est la suivante :
  - si $k_{obs} \geq \chi_{1-\alpha}$ alors on rejette H_0 ;
  - si $k_{obs} < \chi_{1-\alpha}$ alors on n'est pas en mesure de rejeter H_0.

- Valeur observée de K : $k_{obs} = \frac{n\,s^2}{\sigma_0^2} = \frac{51 \times 4{,}5^2}{3{,}75^2} = 73{,}44$.

- Le seuil est $\alpha = 0{,}05$, la valeur critique associée est $\chi_{0{,}95} = 67{,}50$ (lecture dans la table).

- Comme $73{,}44 \geq 67{,}50$ alors $k_{obs} \geq \chi_{1-\alpha}$: on rejette l'hypothèse H_0.

- **Conclusion :** Au seuil de risque de 0,05, nous pouvons considérer que la variance de la production est significativement supérieure à $3{,}75^2$.

1.4.2. De la conclusion précédente, on en déduit que la production n'est pas conforme.

BTSA option ANABIOTEC – France Métropolitaine - Épreuve E7-1 – Session 2014

Note de la rédaction :

- *la question **3** de la partie 2 porte sur le test de conformité d'une variance à une variance théorique ;*
- *la question **4.1** de la partie 3 vérifie si l'étudiant sait utiliser les résultats d'une analyse de la variance à un facteur ;*
- *la question **4.2** de la partie 3 porte sur le test de comparaison de moyennes dans le cas d'échantillons appariés.*

Partie 2 : Dosage des nitrites dans le magret séché tranché par un laboratoire prestataire de service

[...]

3. Reproductibilité de la méthode de Griess

Le laboratoire participe à une étude inter-laboratoire. Un même échantillon est envoyé à 10 laboratoires différents ; les résultats obtenus par chaque laboratoire par la méthode de Griess, sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Laboratoires	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Teneur en $NaNO_2$ ($mg.kg^{-1}$)	80	81	81	84	84	90	87	79	82	87

On souhaite tester la reproductibilité de la méthode. La reproductibilité n'est pas satisfaisante lorsque les résultats sont trop fluctuants entre les laboratoires ; on admet que ceci se produit lorsque la variance de la teneur en nitrites est supérieure à 12.

3.1. Calculer, à 10^{-4} près, la variance s^2 des 10 résultats. Les calculs intermédiaires ne sont pas demandés.

3.2. On cherche à savoir si la variance de la teneur en nitrites est satisfaisante, en effectuant un test de conformité de la variance. Le seuil de risque α est fixée à 0,05.

3.2.1. Formuler l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1.

3.2.2. On rappelle que sous H_0, avec les notations usuelles, la variable aléatoire $\frac{n\,S^2}{\sigma^2}$ est distribuée selon la loi du Khi2 à $n-1$ degrés de liberté.
Calculer, à 10^{-2} près, la valeur observée notée χ^2_0.
Déterminer la valeur critique $\chi^2_{1-\alpha\,;\,n-1}$ et rédiger la conclusion. On pourra utiliser [*la table du*] **document 6**.

3.2.3. Conclure quant à la reproductibilité inter-laboratoire de la méthode.

Corrigé :

3.1. Sans faire de calculs intermédiaires, il suffit de lire l'écart type s fourni par la calculatrice pour en déduire la variance.

Note de la rédaction :

Le résultat attendu pour s^2 doit être arrondi à 10^{-4} près, mais par ailleurs le calcul (non demandé) est $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{10} - \bar{x} = \frac{69\,837}{10} - 83{,}5^2$ ce qui donne exactement $s^2 = 11{,}45$!

Nous nous autorisons à penser que demander un arrondi de s^2 à 10^{-4} près n'était pas très pertinent. Retournons au corrigé…

La valeur affichée sur une calculatrice de s est 3,383 784 86, ce qui donne $s^2 \approx 11{,}450\,0$.

3.2.1. La variance de la teneur en nitrites dans la population étant notée σ^2, l'hypothèse nulle est : H_0 : "$\sigma^2 = 12$" et l'hypothèse alternative est : H_1 : "$\sigma^2 > 12$".

(en effet l'objectif est de savoir si la variance est supérieure à 12, ou pas).

3.2.2. • La valeur observée de $\frac{n S^2}{\sigma^2}$ est : $\chi_0^2 = \frac{10 \times 11{,}450\,0}{12}$ c'est-à-dire : $\chi_0^2 \approx 9{,}541\,67$.

Soit, à 10^{-2} près, $\chi_0^2 = 9{,}54$.

• Au seuil $\alpha = 0{,}05$, la valeur critique est $\chi^2_{1-\alpha\,;\,n-1} = \chi^2_{0{,}95\,;\,9} = 16{,}92$.

3.2.3. $9{,}54 \leq 16{,}92$, donc $\chi_0^2 < \chi^2_{1-\alpha\,;\,n-1}$ et on n'est pas en mesure de rejeter H_0.

Ainsi la variance n'étant pas significativement supérieure à 12, nous pouvons conclure au seuil $\alpha = 0{,}05$ que la reproductibilité est satisfaisante.

Partie 3 : Recherche d'adultérations de viandes

[...]

4. Comparaison de méthodes de détermination du taux d'adultération

4.1. Le laboratoire veut comparer statistiquement trois méthodes de détermination du taux d'adultération des viandes.

- Test sur boîte méthode Mancini.
- Test sur lame méthode Mancini.
- Dosage par Elisa compétition.

Afin de déterminer un éventuel effet « méthode », le laboratoire effectue dans un premier temps 24 prélèvements d'un même pâté permettant la détermination du taux d'adultération par les trois méthodes. On obtient les résultats (en g/100g) consignés dans le tableau 1.

Tableau 1 :

Immuno diffusion Mancini	Elisa compétition	Mancini sur lame
5,64	6,30	3,71
4,99	6,07	5,69
6,07	6,09	5,45
6,03	5,43	4,96
5,90	5,66	5,84
4,00	6,49	4,63
5,18	5,99	3,76
4,37	5,68	5,00

Le technicien a réalisé un test d'analyse de la variance (ANOVA), dont le tableau récapitulatif est donné dans le tableau 2.

Tableau 2 :

	SCE	ddl	CM	f	f_c
Factoriel	4,817 1	2	2,408 5		
Résiduel	9,745 5	21	0,464 1		
Total	14,562 6	23			

Dans ce tableau 2 :

SCE signifie « somme des carrés des écarts »,
ddl signifie « degrés de liberté »,
CM signifie « carrés moyens »,
f est la valeur observée de la variable aléatoire F,
f_c est la valeur critique obtenue pour un seuil de risque de 0,05.

4.1.1. À partir du tableau 2, donner la valeur de f à 10-2 près, en explicitant le calcul.

4.1.2. En vous aidant [*des tables*] du **document 8**, donner un encadrement de f_c d'amplitude 0,1.

4.1.3. Conclure.

Le but de cette analyse de variance est de tester si les taux d'adultération moyens donnés par les trois méthodes sont différents (auquel cas la variance factorielle est supérieure à la variance résiduelle, c'est-à-dire si $CM_{factoriel} > CM_{résiduel}$). Le test utilisé est le test de comparaison de variances de Fisher, unilatéral à droite.

4.1.1. $f = \dfrac{CM_{factoriel}}{CM_{résiduel}} = \dfrac{2{,}4085}{0{,}4641}$ soit, à 10^{-2} près, $f = 5{,}19$.

4.1.2 $f_c = f_{0,95;2;21}$ ainsi comme $f_{0,95;2;25} < f_{0,95;2;21} < f_{0,95;2;20}$ on a $3{,}39 < f_c < 3{,}49$.

4.1.3. On observe que $f > 3{,}49 > f_c$ ce qui valide, au seuil $\alpha = 0{,}05$, l'hypothèse que la variance factorielle est significativement supérieure à la variance résiduelle et donc que les taux d'adultération moyens donnés par les trois méthodes sont différents.

4.2. Avant d'envisager de mettre en place la méthode Mancini sur lame, le laboratoire veut comparer cette méthode à la méthode Elisa compétition pour des pâtés de foie à faible taux d'adultération. Sur dix pâtés différents, il effectue le dosage par les deux méthodes. On obtient les résultats suivants (en g/100g) :

N° pâté	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Elisa compétition	2,8	2,7	3,2	3,4	2,2	1,0	2,0	3,0	1,4	1,6
Mancini sur lame	0,8	1,0	3,0	2,3	2,0	1,0	0,8	1,2	2,3	1,0

On note :

X_1 : la variable aléatoire prenant pour valeur le taux d'adultération, exprimé en pourcentage, obtenu par la méthode Elisa compétition sur un magret pris au hasard, est supposée de loi normale.

X_2 : la variable aléatoire prenant pour valeur le taux d'adultération, exprimé en pourcentage, obtenu par la méthode Mancini sur lame sur un magret pris au hasard, est supposée de loi normale.

D : la variable aléatoire égale à la différence $D = X_1 - X_2$. On admet que la loi de probabilité de la variable aléatoire D est la loi normale de moyenne μ_D et d'écart type σ_D.

$\overline{D}$: la variable aléatoire qui, à tout échantillon aléatoire simple de 10 différences, associe sa moyenne.

S_D : la variable aléatoire qui, à tout échantillon aléatoire simple de 10 différences, associe son écart type.

On cherche à savoir, au seuil de risque $\alpha = 0{,}05$, si les résultats obtenus par la méthode Elisa sont supérieurs à ceux obtenus par la méthode Mancini.

4.2.1. Expliquer pourquoi le test de comparaison de moyennes dans le cas d'échantillons appariés est approprié.

4.2.2. Formuler l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1.

4.2.3. On admet que sous H_0 la loi de probabilité de la variable aléatoire $T = \dfrac{\overline{D}}{\dfrac{S_D}{\sqrt{n-1}}}$ est la loi de Student à $n - 1$ degrés de liberté.

Calculer, à 10^{-2} près, la valeur observée t_0 définie par $t_0 = \dfrac{\overline{d}}{\dfrac{s_D}{\sqrt{n-1}}}$.

Déterminer la valeur critique $t_{1-\alpha\,;\,n-1}$ et rédiger la conclusion pour ce test statistique. On pourra utiliser le **document 9**.

4.2.1. Le test de comparaison de moyennes dans le cas d'échantillons appariés est approprié car :

- Les variables X_1 et X_2 sont distribuées normalement (ce qui entraîne que $D = X_1 - X_2$ l'est également), condition nécessaire pour l'utilisation du modèle de Student.
- Les échantillons sont appariés, c'est-à-dire que pour tout i prenant une valeur entière de 1 à 10, les valeurs de x_i et de y_i sont couplées rendant les deux échantillons simples de même taille non indépendants.

4.2.2. H_0 : « $\mu_D = 0$ » et H_1 : « $\mu_D > 0$ ».

4.2.3. $t_0 = \dfrac{0{,}79}{\dfrac{0{,}88}{\sqrt{9}}}$ soit $t_0 \approx 2{,}69$.

$t_{1-\alpha\,;\,n-1} = t_{0{,}95;9}$ soit $t_{1-\alpha\,;\,n-1} = 1{,}83$.

$t_0 > t_{1-\alpha\,;\,n-1}$ donc on rejette H_0, ce qui pousse à conclure, au seuil $\alpha = 0{,}05$, que les résultats obtenus avec la méthode Elisa sont supérieurs à ceux obtenus par la méthode Mancini.

LaTeX, LE TRAITEMENT DE TEXTE POUR LES MATHÉMATICIENS

N'avez-vous jamais voulu ouvrir un ancien document (Word 97 avec Word 2007, OpenOffice 1, avec OpenOffice 3) ? Quelle surprise, le document n'a plus la même apparence : police remplacée, textes et graphiques déplacés... Un document Word 2 pour Windows 3.11 ne peut plus être ouvert avec Word 2010 facilement (il faut une option supplémentaire). Le document est corrompu, la récupération éventuelle de certains morceaux est impossible.

N'avez-vous jamais voulu taper des belles formules de mathématiques rapidement ? Vous avez essayé l'éditeur d'équations de Word où il faut cliquer plusieurs fois pour trouver le bon symbole. Vous avez essayé Word 97 avec Amaths97 ou OpenOffice avec Dmaths, cela allait un peu plus vite, grâce aux commandes à taper, plutôt que chercher dans des menus. Malgré tout l'apparence n'est pas parfaite. La typographie française n'est pas respectée.

Moi oui ! Alors un jour, j'ai rêvé d'un vrai traitement de texte... Je voulais :

1. pouvoir ouvrir un document que j'avais écrit 5 ou 6 ans auparavant sans corruption ;
2. pouvoir taper des mathématiques facilement ;
3. avoir une belle typographie : voir *Petites leçons de typographie* de Jacques ANDRÉ **http://jacques-andre.fr/faqtypo/lessons.pdf** ;
4. pouvoir tout paramétrer à mon goût ;
5. séparer la forme du fond pour me concentrer sur le contenu plutôt que sur les détails de la présentation ;
6. trouver facilement les réponses à mes questions d'utilisateur ;
7. ne pas dépenser trop d'argent.

J'ai trouvé ceci en LaTeX dont vous trouvez un historique sur **http://fr.wikipedia.org/wiki/LaTeX**.

LaTeX est un traitement de texte qui se présente comme un langage de programmation. Lors de la compilation, le fichier produit n'est pas un fichier exécutable mais un document (imprimable ou projetable). C'est en général un fichier **postscript** ou un fichier **.pdf**.

LaTeX n'est donc pas un logiciel WYSIWYG[1] (what you see is what you get). Vous ne voyez pas le résultat avant la compilation. LaTeX est un logiciel WYSIWYM (what you see is what you mean). Vous voyez ce que vous voulez dire.

Pour découvrir LaTeX, Py-Math vous propose des documents joints à cet article :

- des tutoriels vidéos décrivant l'installation du compilateur LaTeX, de l'éditeur TeXmaker et de Gnuplot qui permet de tracer des courbes ;
- un kit de démarrage ;
- un exemple complet et la vidéo associée.

La désinstallation est extrêmement simple si vous ne l'adoptez pas. Elle est décrite en fin d'article.

[1] C'est comme cela que l'on vendait Word il y a une vingtaine d'années !

I - Installation

Les tutoriels vidéos associés à l'article en ligne sur le site R2math, expliquent comment installer LaTeX et le préparer à une utilisation efficace par un débutant.

Chaque vidéo dure entre une et trois minutes :

- téléchargement de TeXlive 2013 : voir tutoriel vidéo installation1.wmv
- installation de TeXlive : voir début du tutoriel vidéo installation2.wmv
- mise à jour de TeXlive (facultatif) : voir fin du tutoriel vidéo installation2.wmv
- téléchargement et installation de TeXmaker : voir tutoriel vidéo installation3.wmv
- installation du kit de démarrage de Py-Math : voir tutoriel vidéo installation4.wmv
- insertion de figures GeoGebra: voir tutoriel vidéo LaTeXGeogebra.wmv
- installation de Gnuplot : voir tutoriel vidéo installation5.wmv (facultatif au début)

Attention !

Selon la performance de votre ordinateur, l'installation complète peut prendre un certain temps (jusque 4 heures !).

Si vous ne souhaitez pas installer LaTeX tout de suite, vous pouvez consulter les saisies d'écran présentées.

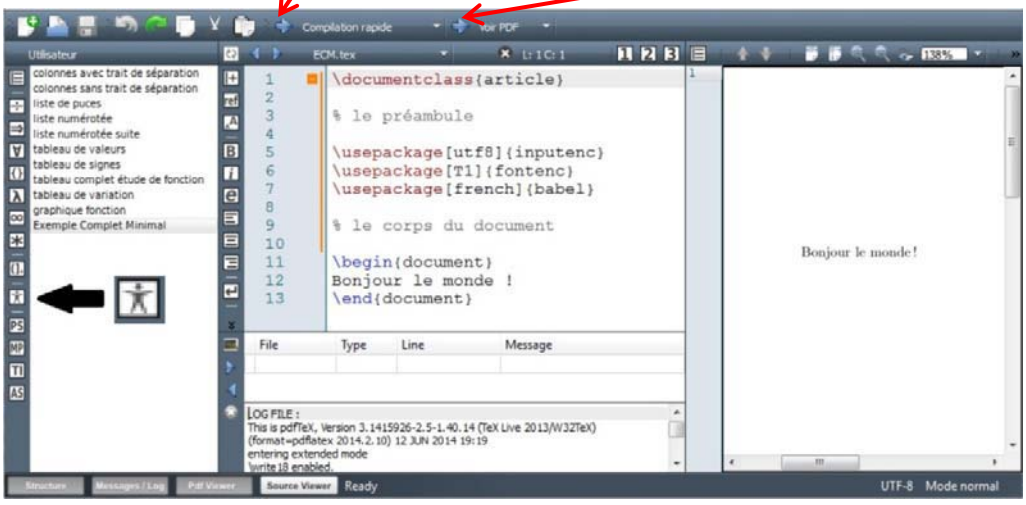
II - Un premier exemple

Après avoir installé TeXlive et TeXmaker, démarrez TeXmaker et choisissez la commande **Nouveau** du menu **Fichier**.

Cliquez sur l'icône dans la barre d'outils à gauche de la fenêtre : s'affichent alors les **snippets** utilisateurs fournis par Py-Math, ce sont des petits morceaux de code fréquemment utilisés qui se sont installés avec le kit de démarrage Py-Math et dont le descriptif est donné dans le fichier snippets_Pymath.pdf en ligne sur le site R2math.

Cliquez sur **Exemple Complet Minimal** et enregistrez le fichier obtenu sous le nom ECM.tex dans un dossier où LaTeX pourra écrire les fichiers de compilations et le fichier .pdf.

Cliquez sur la flèche de **Compilation rapide** (ou touche F1), puis sur la flèche de **Voir PDF** (ou touche F7). L'aperçu montre le résultat qui sera enregistré sous le nom ECM.pdf.



Remarque

ECM signifie ***Exemple Complet Minimal***. Lorsque vous demandez de l'aide dans les forums spécialisés, essayez de fournir un fichier sous cette forme pour que la personne qui vous répondra puisse compiler le fichier rapidement et chercher la solution.

Mais que signifient ces lignes de code ?

La classe de document (ligne 1) indique ce que l'on veut écrire. Cela peut être aussi un livre (`book`) ou une présentation projetable (`beamer`).

Le préambule (lignes 3 à 7) indique les packages (LaTeX est modulaire) que l'on souhaite utiliser.

Remarques : les symboles spéciaux

- Le symbole pourcentage `%` présente un commentaire qui n'apparaîtra pas dans le document final mais qui sert à s'y retrouver lorsqu'on retravaille un document beaucoup plus tard.
- Toutes les commandes commencent par un antislash. C'est le symbole `\` que l'on obtient avec les touches AltGr + 8.

À la ligne 5, on précise que la table de caractères utilisée est celle communément utilisée dans le monde (**utf8**). Elle permet d'écrire aussi en idéogrammes chinois ou en arabe par exemple.

À la ligne 6, l'encodage des polices est précisé pour pouvoir faire des pdf de qualité où l'on aura les ligatures adaptées à la recherche.

À la ligne 7, ce document sera en français. LaTeX saura faire les césures en fin de ligne, présentera les guillemets à la française, adaptera les espaces lors des listes, s'occupera des espaces autour de la ponctuation, etc.

Puis vient le document en lui-même lignes 11 à 13.

Au secours !

Pour utiliser ce traitement de texte, il faut donc apprendre un langage de programmation ?

Oui et non. Heureusement, il y a TeXmaker qui permet d'apprendre LaTeX en douceur.

Il y en a d'autres comme TeXstudio, Texnicenter, Kile, etc.

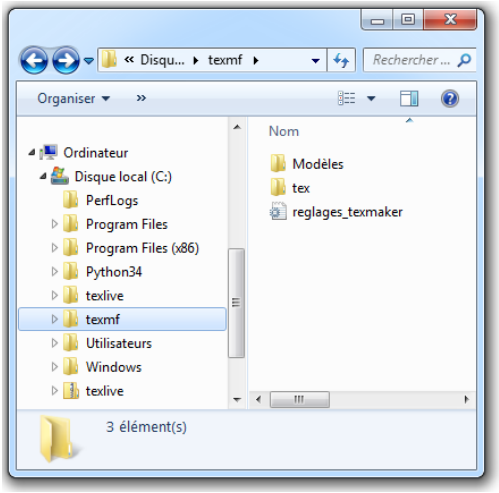
Py-Math a choisi TeXmaker pour sa simplicité de prise en main pour un débutant en LaTeX.

Un très grand nombre de commandes et de raccourcis clavier sont présentés dans les menus et on finit par les apprendre pour écrire plus vite. De plus, TeXmaker réalise une complétion des commandes, c'est-à-dire qu'il propose une suite possible à ce que vous êtes en train de taper.

III - Le tutoriel PY-MATH

Pour débuter facilement, voici un tutoriel permettant de se lancer dans l'écriture d'un document assez rapidement.

Le fichier texmf.zip (en ligne sur le site R2math) contient trois composants à extraire et à mettre dans le dossier c:\texmf (à créer si besoin). Cette procédure n'est valable qu'avec l'installation de TeXlive comme indiqué dans la vidéo installation2.wmv. (Les utilisateurs de MikeTex ou les utilisateurs habituels de TeXlive le mettront dans le dossier approprié.)

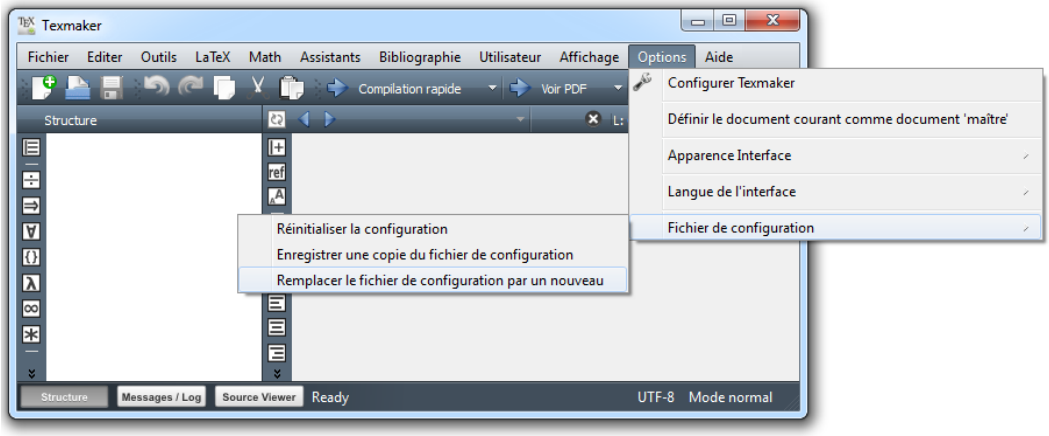


- Le dossier Modèles contient des préambules pour démarrer de nouveaux documents.

- Le dossier tex contient la classe pymath.cls utilisée par les différents modèles proposés dans le dossier **Modèles**. Comme il se trouve dans le dossier texmf, il sera automatiquement reconnu par LaTeX si vous avez suivi la procédure d'installation du fichier installation2.wmv.
- Le fichier reglages_texmaker permettra de régler TeXmaker, il donne accès aux **snippets** Py-Math.

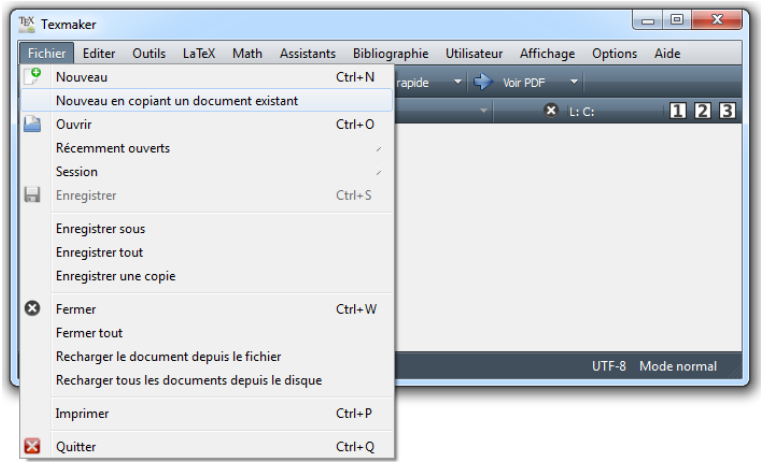
La procédure suivante est aussi décrite dans le fichier installation4.wmv en ligne sur le site R2math

Démarrer TeXmaker et installez les réglages en choisissant dans le menu **Options**, **Fichier de configuration**, **Remplacer le fichier de configuration par un nouveau** et sélectionnez le fichier reglages_texmaker.ini du dossier texmf.



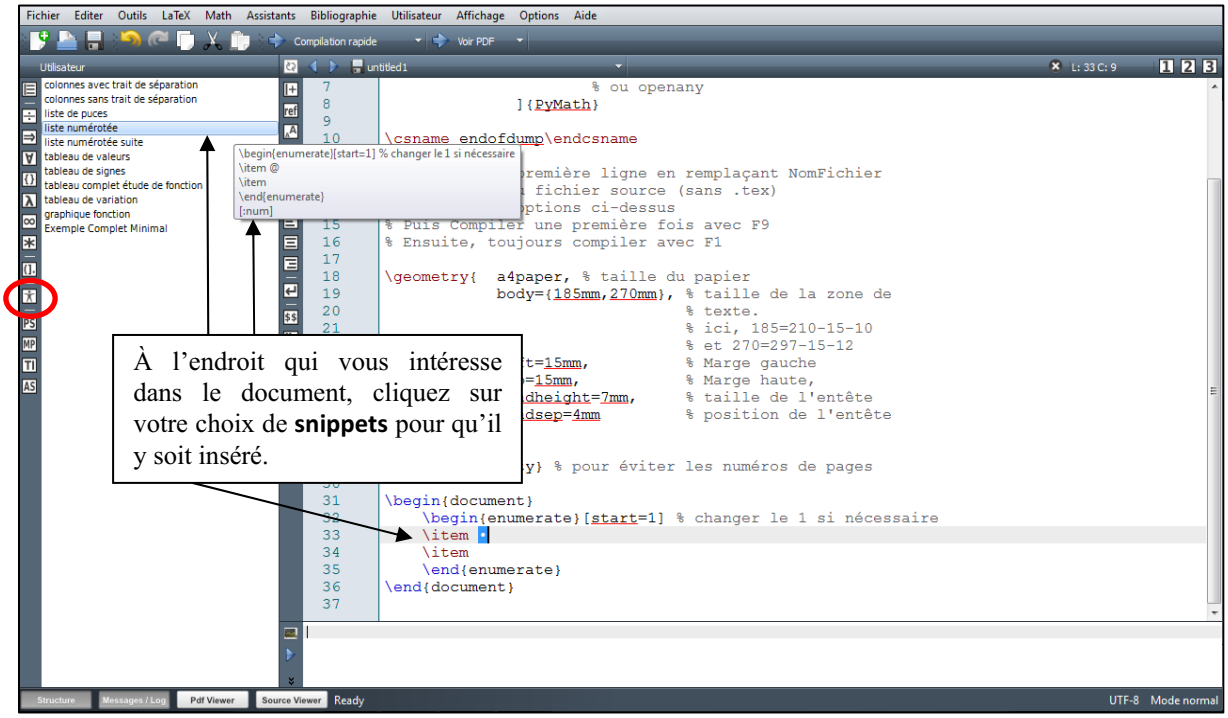
TeXmaker s'arrête. C'est normal, il faut le redémarrer que les modifications soient prises en compte. Maintenant, vous êtes prêts à travailler.

Pour commencer un nouveau document, vous pouvez choisir la commande **Nouveau document en copiant un document existant** dans le menu **Fichier**, puis choisir l'un des fichiers du dossier Modèles dans texmf.



Lorsque vous aurez écrit plusieurs documents et ajouté des packages et commandes supplémentaires, vous pourrez commencer un nouveau document à partir de l'un de vos anciens.

Cliquez alors à gauche sur l'icône **Utilisateur** pour avoir la liste des **snippets** disponibles. S'il vous manque la partie gauche de la capture d'écran suivante, choisissez la commande **Structure** du menu **Affichage**.



Si vous n'aimez pas lever les mains de votre clavier pour prendre la souris car dans ce cas, vous perdez du temps, vous pouvez utiliser les raccourcis proposés en haut à droite des cadres du fichier snippets_Pymath.pdf en ligne sur le site R2math dont voici un extrait ci-dessous.

liste numérotée :num→

nécessite un \usepackage{enumerate} dans le préambule (déjà inclus dans la classe pymath) le package enumerate permet d'ajouter des options sympathiques comme start pour démarrer de plus loin.

```
\begin{enumerate}[start=1] % changer le 1 si nécessaire
\item premier item
\item second item
\end{enumerate}
```

1. premier item
2. second item

Ici, il suffit pour cela de saisir ***:num*** dans le document, puis de valider le raccourci par la touche [→] du clavier.

À vous de jouer maintenant.

III - Un exemple plus copieux

Nous allons écrire ensemble un sujet de devoir-QCM. Voici ce que le document que l'on va obtenir :

1. a et b désignant deux réels strictement positifs, l'inverse de la somme des carrés de a et b s'écrit :

   ☐ $\dfrac{1}{(a+b)^2}$; ☐ $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}$; ☐ $\dfrac{1}{a^2+b^2}$; ☐ $\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)^2$.

2. La fonction $f : x \mapsto 2x-7$ est-elle strictement croissante sur $\mathbb{R}$?
3. On considère la loi de probabilité sur l'univers $\Omega = \{A; B; C; D\}$ suivante :

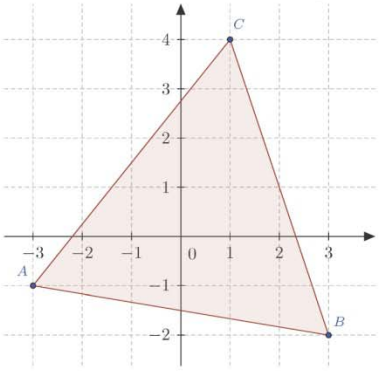
Issues	A	B	C	D
Probabilités	0,14	0,24	0,34	

   Calculer la probabilité de l'issue D.

4. L'inéquation $\frac{2}{x-3} \geqslant \frac{1}{4x+1}$ admet-elle pour ensemble des solutions $\mathscr{S} = \left[-\frac{5}{7}; -\frac{1}{4}\right[\cup]3; +\infty[$?
5. Entourer les erreurs :

x	-5		2		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	
variation de f	‖	$-\infty$ ↘	$-\frac{2}{3}$	↗	0	↘	$-\infty$

6. Quelle est l'échelle de cette figure ?



Voici les différentes lignes commentées du code source:

Comme dans l'exemple précédent, nous créons un document de classe **article**.

```
\documentclass{article}
```

Nous précisons la table de caractères utilisée (encore une fois **utf8**, c'est l'encodage du futur... TEXmaker travaille par défaut dans cet encodage).

Nous précisons l'encodage des polices et la langue du document.

```
% le préambule

\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[T1]{fontenc}
\usepackage[french]{babel}
```

Nous allons aussi inclure les macros mathématiques de l'AMS (American Mathematical Society). Même si nous allons écrire des mathématiques à la française, ces fichiers de macros sont très pratiques.

Nous choisissons la police de caractères grâce aux macros de **mathdesign** et choisissons la police **charter** avec les majuscules latines et les minuscules grecques en caractères droit comme on l'écrit en mathématiques avec la typographie française.

```
\usepackage{amsmath}
\usepackage[uppercase=upright, greeklowercase=upright,charter]{mathdesign}
```

Nous optons pour la taille du papier et de la zone imprimable. **body** est le corps de la zone où nous allons écrire : 190 mm de large sur 270 mm de long. On le place sur du papier A4 à 10 mm du bord gauche et à 15 mm du bord haut.

Il n'est pas obligatoire de donner toutes ces précisions mais si on donne seulement l'option **a4paper**, on se retrouve avec de très grandes marges !

```
\usepackage[a4paper,body={190mm,270mm},left=10mm,top=15mm]{geometry}
```

Nous incluons les macros pour faire un tableau de variation et les macros pour faire plusieurs colonnes. On règle ensuite la largeur du trait de séparation des colonnes à 0 pour le faire disparaître. Ceci n'affecte pas le trait de séparation des colonnes dans les tableaux.

```
\usepackage{tkz-tab}
\usepackage{multicol}

\setlength{\columnseprule}{0pt}
```

Commençons maintenant l'écriture du document.

À l'aide des menus, rappelés par le symbole ⊞, choisissons :

⊞ Menu **LaTeX/**`\begin{document}`

```
\begin{document}
```

⊞ Menu **LaTeX/Listes/Liste numérotée** pour l'environnement **enumerate** (qu'on peut écrire automatiquement en tapant sur Alt+l+l+`begin{enumerate}`).

```
\begin{enumerate}
    \item $a$ et $b$ désignant deux réels strictement positifs,
          l'inverse de la somme des carrés de $a$ et $b$ s'écrit:

    \begin{multicols}{4}
        $\square$ $\dfrac{1}{(a+b)^2}$;

        $\square$ $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}$;

        $\square$ $\dfrac{1}{a^2+b^2}$;

        $\square$ $\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)^2$.
    \end{multicols}
```

Chaque ligne de la liste commence par `\item` (qu'on peut écrire automatiquement en tapant sur Ctrl+Shift+i).

Ne vous souciez pas des espaces. Par exemple, je n'ai pas mis d'espace avant les ":", LaTeX qui connaît les règles de typographie, en mettra un. De même, si plusieurs espaces entre deux mots sont saisis, il n'en mettra aussi qu'un seul.

Pour revenir à la ligne, il faut passer un paragraphe dans le code source, c'est-à-dire, il faut taper deux fois sur la touche Entrée pour laisser un paragraphe vide.

Vous pouvez utiliser le Menu **LaTeX/Environnement/**`\begin{quote}[selection]` pour obtenir le code suivant : `\begin{quote}`
`\end{quote}`
Remplacez `quote` par `multicols`. Rajoutez `{4}` ensuite pour préciser le nombre de colonnes.

Remarques : les symboles spéciaux

- Toutes les commandes mathématiques sont entourées de dollars `$...$` (obtenus par le raccourci clavier Ctrl + Shift + M) ou `$$...$$`.

  Là, on trouve une différence importante entre les mathématiques en ligne et les mathématiques hors ligne annoncées respectivement par un couple de dollars `$` ou un couple de doubles dollars `$$`.
  Le meilleur moyen de comprendre est de regarder l'exemple suivant :

Les mathématiques en ligne comme $f(x)=x^2$ ne cassent pas l'interlignage et on les lit dans le texte sans gêne ainsi : $f'(x)=2x$. Par contre les fractions $\frac{5}{7}$ et les autres constructions comme $\sum_{i=1}^{i=n} i^2$ sont présentées d'une manière plus condensées. Remarquez que toutes les lignes ont la même hauteur.
Les mathématiques hors ligne, elles, ne présentent qu'une formule sur la ligne mais prennent la place nécessaire à une meilleure lecture comme ici :

$$\int_1^{+\infty}\frac{1}{x}\text{d}x \not= \sum_{i=1}^{+\infty}\frac{1}{i}$$

  Le texte précédent a été obtenu avec l'extrait de code source suivant :

```
Les mathématiques en ligne comme $f(x)=x^2$ ne cassent pas l'interlignage et on
les lit dans le texte sans gêne ainsi : $f'(x)=2x$. Par contre les fractions
$\frac{5}{7}$ et les autres constructions comme $\sum_{i=1}^{i=n} i^2$ sont
présentées d'une manière plus condensées. Remarquez que toutes les lignes ont
la même hauteur.

Les mathématiques hors ligne, elles, ne présentent qu'une formule sur la ligne
mais prennent la place nécessaire à une meilleure lecture comme ici :
$$\int_1^{+\infty}\frac{1}{x}\text{d}x \not= \sum_{i=1}^{+\infty}\frac{1}{i}$$.
```

  Comme vous pouvez le remarquer, les commandes `\sum` et `\frac` ne produisent pas la même chose quand elles sont dans une ligne ou hors ligne.

  `\dfrac{numérateur}{dénominateur}` permet d'avoir une fraction plus haute. On l'utilise habituellement pour le hors-texte.
  Pour avoir des parenthèses plus grandes, on utilise `\left(` et `\right)`. Cela marche aussi avec les crochets.
  On peut aussi utiliser les boutons de la barre d'outils sur la gauche de l'écran pour saisir ces commandes.

- Il est utile réunir du texte à l'aide des accolades `{` et `}`. Tout ce qui est entre les accolades est appelé un *groupe*. Dans l'exemple ci-dessus, nous avons groupé le texte `i = 1` pour qu'il soit mis en indice.

  Voici ce que ce serait passé sans les accolades de groupes, en tapant ceci :

```
On obtient cela : $$\sum_i=1^i=n i^2$$
```

On obtient cela :

$$\sum_i = 1^i = ni^2$$

`\mapsto` donne ce symbole ↦ qui manque tant à Word.

`\mathbb{R}` pour notre bel ensemble ℝ.

```
\item La fonction  $f : x\mapsto 2x-7$ est-elle strictement
      croissante sur $\mathbb{R}$ ?
```

`\Omega` pour l'alphabet grec. Notez la majuscule au début du mot pour avoir une majuscule...

Les accolades permettent de créer des groupes. Pour obtenir ces symboles dans le texte, il faut taper : `\{` ou `\}`. Même chose pour le dollar `\$`.

Pour faire un tableau, utilisez le Menu **Assistants/Tableau**. Les `&` séparent les cellules d'une ligne et les `\\` sont des fins de ligne.

Pour centrer le tableau, sélectionnez-le et utilisez le Menu **LaTeX/Environnement/Centrage**.

```
\item On considère la loi de probabilité sur l'univers
      $\Omega=\{A;B;C;D\}$ suivante:

    \begin{center}
    \begin{tabular}{|c|c|c|c|c|}\hline
    Issues       & $A$    & $B$    & $C$    & $D$ \\ \hline
    Probabilités & $0,14$ & $0,24$ & $0,34$ &     \\ \hline
    \end{tabular}
    \end{center}
    Calculer la probabilité de l'issue $D$.
```

`\frac{numérateur}{dénominateur}` permet d'avoir une fraction en ligne (la hauteur est moins grande pour ne pas casser l'interlignage).

`\geqslant` ou `\leqslant` pour les vrais ⩾ ou ⩽.

`\mathscr{S}` pour de belles lettres cursives $\mathscr{S}$, $\mathscr{D}$ ou $\mathscr{P}$.

Pour avoir des crochets plus grands, on utilise `\left[` ou `\right]`. Cela marche aussi avec les parenthèses.

```
\item L'inéquation $\frac{2}{x-3}\geqslant \frac{1}{4x+1}$
      admet-elle pour ensemble des solutions
      $\mathscr{S}=\left[-\dfrac{5}{7};-\dfrac{1}{4}\right[
      \cup\left]3;+\infty\right[$ ?
```

Le plus impressionnant : le tableau de variation grâce aux macros de **tkz-tab**. Le tableau est en fait une image. On l'initialise en expliquant qu'il y aura 3 lignes :

- la première s'appellera x et fera 1 cm de hauteur, notée `$x$/1`
- la deuxième s'appellera $f'(x)$ et fera 1 cm de hauteur, notée `$f'(x)$/1`
- la troisième s'appellera **variation de** f et fera 2,5 cm de hauteur, notée `variation de $f$/2.5`

La première ligne sera complétée par 4 bornes, notées `{$-5$,$2$,$1$,$+\infty$}`

Comme il y a 4 bornes, il y a aussi 3 intervalles. C'est pourquoi il faudra 7 informations pour compléter la ligne des signes.

- Pour la ligne des signes, sous la première borne, il y a une double barre (notée `d`) et rien sous la dernière, notée `\tkzTabLine{d,-,0,+,0,-,}`
- Pour la ligne des variations, certains éléments sont en haut de la ligne et d'autres en bas :
    - Sous la première borne, on fait une double barre et en bas, on écrit $-\infty$, ce qui est noté `D-/$-\infty$`. Attention, le `D` est maintenant en majuscule. Dans la

description de la ligne de signe, les options sont en minuscules et dans la description de la ligne des variations, elles sont en majuscules.

- Sous la deuxième borne, on écrit $-\frac{2}{3}$ en haut, noté `+/$-\dfrac{2}{3}$`
- Sous la troisième borne, on écrit 0 en bas, noté `-/$0$`
- Sous la quatrième borne, on écrit $-\infty$ en haut, noté `+/$-\infty$`

- Les lignes se terminent par un `%` pour dire que la fin de ligne est un commentaire. Cela rend le code plus lisible mais LaTeX lui comprend que toutes les lignes ne forment qu'une seule commande.

```
\item Entourer les erreurs :

    \begin{tikzpicture}
      \tkzTabInit{$x$ / 1, $f'(x)$ / 1, variation de $f$ / 2.5}%
      {$-5$ , $2$ , $1$ , $+\infty$}%
      \tkzTabLine{d,-,0,+,0,-,}
      \tkzTabVar{ D-/$-\infty$ ,%
      +/$-\dfrac{2}{3}$  ,%
      -/$0$  ,%
      +/$-\infty$  }%
    \end{tikzpicture}
```

Pour terminer, nous incluons une figure créée avec GeoGebra. Utilisez le menu **LaTeX/includegraphics{file}**.

Regardez le tutoriel vidéo LaTeXGeogebra.wmv pour savoir comment la figure est construite, puis exportée vers LaTeX pour le package **TikZ**, compilée et enfin redimensionnée.

```
\item Quelle est l'échelle de cette figure ?

      \includegraphics[scale=0.82]{figure}
  \end{enumerate}
\end{document}
```

Bien sûr, il est aussi possible de copier-coller directement le code de la figure généré par Geogebra dans le fichier **.tex**.

Et nous terminons le document.

Je veux changer de police

Avec LaTeX, changer de police de caractère est très facile. Ce n'est pas seulement la police du texte qui sera changée mais aussi la police des formules mathématiques.

Par exemple, changeons la police de l'exemple et prenons le choix de l'APMEP pour ses sujets. Il s'agit de la police **fourier**. Il suffit de remplacer la ligne :
`\usepackage[uppercase=upright,greeklowercase=upright,charter]{mathdesign}` par la ligne : `\usepackage[upright]{fourier}` et de remplacer `\mathscr` par `\mathcal` et on obtient le texte de la **figure 1** suivante.

Autre exemple avec la police **kpfonts** et une version de police sans empattement pour penser à nos élèves dyslexiques. Il suffit de remplacer la ligne :

```
\usepackage[uppercase=upright,greeklowercase=upright,charter]{mathdesign}
```

par les lignes :

```
\usepackage[frenchstyle]{kpfonts}
renewcommand*\familydefault{\sfdefault}
```

Pas besoin de remplacer `\mathscr` par `\mathcal` et on obtient le texte de la **figure 2** suivante.

1. a et b désignant deux réels strictement positifs, l'inverse de la somme des carrés de a et b s'écrit :

   □ $\frac{1}{(a+b)^2}$; □ $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$; □ $\frac{1}{a^2+b^2}$; □ $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2$.

2. La fonction $f : x \mapsto 2x-7$ est-elle strictement croissante sur $\mathbb{R}$?
3. On considère la loi de probabilité sur l'univers $\Omega = \{A;B;C;D\}$ suivante :

Issues	A	B	C	D
Probabilités	0,14	0,24	0,34	

   Calculer la probabilité de l'issue D.

4. L'inéquation $\frac{2}{x-3} \geqslant \frac{1}{4x+1}$ admet-elle pour ensemble des solutions $\mathscr{S} = \left[-\frac{5}{7};-\frac{1}{4}\right[\cup]3;+\infty[$?
5. Entourer les erreurs :

x	-5		2		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	
variation de f	‖	$+\infty$	$-\frac{2}{3}$		0		$-\infty$

figure 1

1. a et b désignant deux réels strictement positifs, l'inverse de la somme des carrés de a et b s'écrit :

   □ $\frac{1}{(a+b)^2}$; □ $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$; □ $\frac{1}{a^2+b^2}$; □ $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2$.

2. La fonction $f : x \mapsto 2x-7$ est-elle strictement croissante sur $\mathbb{R}$?
3. On considère la loi de probabilité sur l'univers $\Omega = \{A;B;C;D\}$ suivante :

Issues	A	B	C	D
Probabilités	0,14	0,24	0,34	

   Calculer la probabilité de l'issue D.

4. L'inéquation $\frac{2}{x-3} \geqslant \frac{1}{4x+1}$ admet-elle pour ensemble des solutions $\mathscr{S} = \left[-\frac{5}{7};-\frac{1}{4}\right[\cup]3;+\infty[$?
5. Entourer les erreurs :

x	-5		2		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	
variation de f	‖	$+\infty$	$-\frac{2}{3}$		0		$-\infty$

figure 2

IV - Comment se documenter ?

1 - La documentation de LaTeX

LaTeX est installé avec sa documentation. Souvent, elle est écrite dans la langue de l'auteur.

Par exemple, pour obtenir la documentation du package **tkz-tab** qui permet de faire de si beaux tableaux de variations...

- Démarrez l'invite de commandes (**Démarrez, Tous les programmes, Accessoires, Invite de commandes**) et tapez **texdoc tkz-tab**.
- Si vous n'aimez pas l'invite de commande, allez sur le site **http://www.texdoc.net/**

2 - Des livres

Il y a aussi de très bons livres sur LaTeX :

- *LaTeX, l'essentiel*, Denis BITOUZÉ, Jean-Côme CHARPENTIER paru en octobre 2010 aux éditions Pearson Education.
- *Tout ce que vous avez toujours voulu savoir sur LaTeX sans jamais oser le demander*, Vincent LOZANO http://framabook.org/5-tout-ce-que-vous-avez-toujours-voulu-savoir-sur-latex-sans-jamais-oser-le-demander/ (version papier payante, version pdf gratuite).
- La brochure *LaTeX... pour le prof de maths ! Aide-mémoire, astuces et approfondissements* de 192 pages, écrite par Arnaud GAZAGNES. Elle est spécialement destinée aux professeurs de collège et lycée et se trouve en ligne sur le site de l'IREM de Lyon http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?article340 (version pdf gratuite).

3 - Les forums de discussions et les FAQ

Il y a aussi les forums de discussion où vous pouvez demander de l'aide :

- https://groups.google.com/forum/#!forum/fr.comp.text.tex
- http://forum.mathematex.net/

Si parfois, un élève pose une question surprenante, souvent, les mêmes questions reviennent. Ce sont les FAQ (Frequently Asked Questions). En voici la liste résolue sur le site de l'université de Lille http://www.grappa.univ-lille3.fr/FAQ-LaTeX/

Pour les anglophones, http://www.tex.ac.uk/tex-archive/info/visualFAQ/visualFAQ.pdf permet, en cliquant sur un élément d'un fichier .pdf, d'avoir des explications sur la manière de l'obtenir.

4 - Un stage

Le département Génie Thermique et Énergie de l'IUT de Saint-Omer Dunkerque organise chaque année un stage gratuit de formation au système de préparation et de production de documents LaTeX. Inscription sur http://stage-latex-gte.univ-littoral.fr/.

Le stage se fait sur une journée en juin. L'ambiance y est chaleureuse et les intervenants sont des passionnés donnant leur temps pour expliquer cours et travaux pratiques.

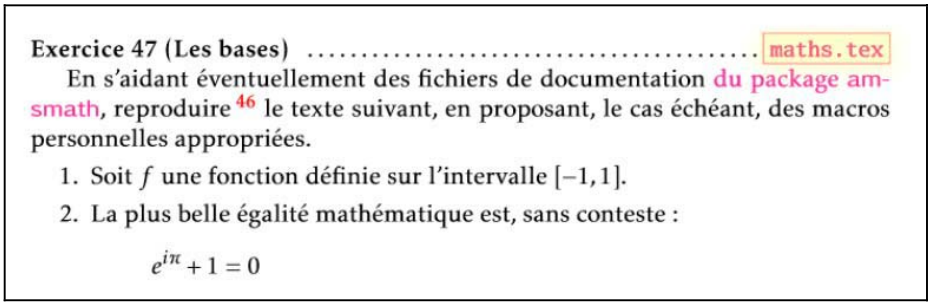
Trois niveaux sont présentés : débutant, intermédiaire et avancé.

Même si le mieux est d'assister au stage, les diaporamas sont en ligne et plutôt accessibles au débutant. http://gte.univ-littoral.fr/members/dbitouze/pub/latex/diapositives-cours-d/

La partie la plus intéressante est le document d'exercices et les fichiers des travaux pratiques qui peuvent s'utiliser en *autodidacte*.
http://gte.univ-littoral.fr/members/dbitouze/pub/latex/exercices/

Pour l'utiliser, décompresser l'archive des fichiers des exercices dans le même dossier que le document .pdf. En lisant le fichier Énoncé des exercices LaTeX, vous trouverez une grande quantité d'exercices de niveau croissant. Tous sont corrigés. Il suffira de cliquer sur les liens des sources pour y accéder dans TeXmaker.

Dans l'exercice 47, il suffit de cliquer sur **maths.tex** pour obtenir la réponse compilable avec TEXmaker.



Exercice 47 (Les bases) ..... maths.tex

En s'aidant éventuellement des fichiers de documentation du package amsmath, reproduire [46] le texte suivant, en proposant, le cas échéant, des macros personnelles appropriées.

1. Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-1,1]$.
2. La plus belle égalité mathématique est, sans conteste :

$$e^{i\pi}+1=0$$

5 - Des vidéos

Sur le site **http://alain.olivetti.free.fr/**, vous trouverez des vidéos pour voir comment ça marche ! Pour y accéder, vous pouvez aller directement sur sa chaine **youtube** avec ses liens :

- Comment commencer avec LaTeX :
  https://www.youtube.com/playlist?list=PLF5D1F10DAA072E4E
- Personnaliser vos documents LaTeX :
  https://www.youtube.com/playlist?list=PLxqF8KMmK3uyK1rHOy_ZE-cC9ztnkmmbl

V - Des bases de sujets au format LaTeX

1 - Les sujets des examens de l'APMEP

Sur le site de l'APMEP, vous trouverez de nombreux sujets. Denis VERGÈS, principal auteur des sujets sur le site, a choisi **pstricks** comme package pour les graphiques. Celui-ci nécessite une compilation en trois passes (passages) pour obtenir un document au format **pdf**.

C'est un package qui a été écrit du temps où les imprimantes laser utilisaient un langage de programmation appelé **postscript** (l'ancêtre du **pdf**).

Comme LaTeX date d'un temps où les imprimantes avaient chacune leur langage. Lors de la compilation, LaTeX créait un fichier **.dvi** (pour *device independant*) que l'on transformait ensuite dans le langage de chaque imprimante ; ici, en **postcript**. Il faut donc terminer par une conversion en **pdf**. D'où les trois passes.

TEXmaker nous simplifie le travail.

Choisissez un fichier du site : **http://www.apmep.asso.fr/-Annales-Bac-Brevet-BTS-**. Pour le compiler, choisir les menus : **Outils/Compilations/LateX, Outils/Compilations/DVI->PS**, **Outils/Compilations/PS->PDF** et **Outils/Compilations/Afficher PDF** ou bien, pour aller plus vite les touches F2, F4, F8.

Voyez aussi les explications sur : **http://www.xm1math.net/doculatex/apmep.html**

2 - Des énoncés d'exercices

Il s'agit d'énoncés tout prêts et facilement compilables pour les deux premiers sites.

- le site de Maths O'Lycée (niveau Seconde Générale) : **http://mol.ac-amiens.fr/**
- le site de math@ES (niveau Seconde Générale et baccalauréat ES) :
  http://yallouz.arie.free.fr/
- Le site de Latekexos (tous niveaux mais demande un niveau intermédiaire en LaTeX) :
  http://base.latekexos.org/

3 - Un exerciseur : Pyromaths

Sur le site http://www.pyromaths.org, il est possible de créer des fiches d'exercices corrigés de niveau Sixième à Terminale en ligne. Mais le nec plus ultra est de télécharger le logiciel pour avoir accès aux sources **TeX** des fiches.

Pour que les compilations se déroulent bien, dans l'onglet **Options de Pyromaths**, décochez **Créer le pdf** et modifiez le chemin par défaut pour enregistrer.

Copiez-y le fichier tabvar.tex du dossier C:\Program Files (x86)\Pyromaths\data\packages.

Pour compiler les fiches (et leurs corrigés) et comme **PSTricks** est utilisé, dans T**eXmaker**, faire la chaîne F2, F4, F8.

4 - Le manuel de Seconde de Sésamath

Ce manuel pour la classe de Seconde Générale et Technologique est le fruit du travail collaboratif d'un grand nombre d'enseignants en activité.

Son contenu a fait l'objet de multiples discussions, relectures et améliorations dans l'unique objectif de répondre aux besoins réels d'utilisation en classe et à la maison.

Cet ouvrage est réalisé à partir du logiciel LaTeX. Comme tous les autres ouvrages de Sésamath, son contenu est placé sous licence libre, et mis à disposition gratuitement sur le site de Sésamath http://www.sesamath.net/

VI - Désinstallation

Vous n'avez pas été convaincu. Quel dommage ! Voici comment désinstaller...

Allez dans le **panneau de configuration**, **désinstaller un programme**.

1. Sélectionnez **TeXmaker** et cliquez sur **Désinstaller**.
2. Sélectionnez **TeXlive** et cliquez sur **Désinstaller**.