REMPLACEMENT 2001
France Métropolitaine – Antilles – Guyane – Réunion
BAC PROFESSIONNEL : Toutes options

EPREUVE N°4

MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

(Coefficient : 1,5 - Durée : 3 heures)

***Matériel autorisé* : calculatrice**

Rappel : Au cours de l'épreuve, la calculatrice est autorisée pour réaliser des opérations de calculs, ou bien élaborer une programmation, à partir des données fournies par le sujet. Tout autre usage est interdit.

Les candidats traiteront chaque partie sur des feuilles séparées

PARTIE MATHEMATIQUES

Exercice N°1 (5 points)

Plus de la moitié des ménages français possèdent un animal de compagnie. Le tableau joint en annexe 1 fournit le résultat d'une étude sur la consommation des ménages en produits et accessoires pour animaux de compagnie (pour le mois de février 99).

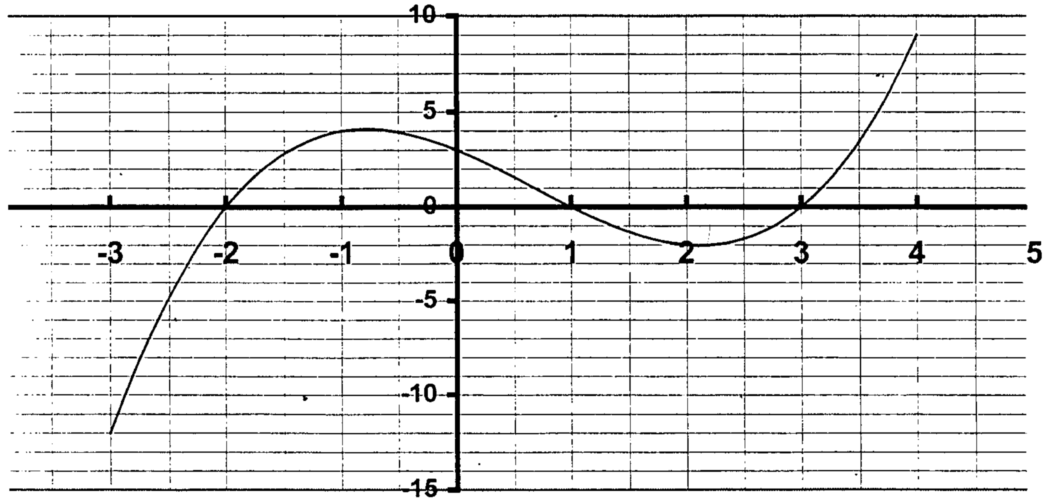
1) Justifier que l'effectif total de l'échantillon étudié est égal à 12 000
2) Compléter le tableau fourni en annexe 1. (On complétera d'abord la colonne des fréquences puis la colonne des effectifs).
3) a) Que représente le nombre 82,5 dans la colonne des fréquences cumulées croissantes.
   b) Calculer le pourcentage des ménages ayant dépensé au moins 500 F .
4) Calculer la dépense moyenne des ménages pendant ce mois.

Exercice N°2 (5 points)

La courbe donnée ci-dessous est la représentation graphique sur [-3 ; 4] de la fonction f définie par :

$$f(x) = 0,5\,x^3 - x^2 - 2,5\,x + 3$$

Courbe représentative de f



REMPLACEMENT 2001
France Métropolitaine – Antilles – Guyane – Réunion
BAC PROFESSIONNEL : Toutes options

1. Par lecture graphique, donner une valeur approchée entière des solutions de l'équation f(x)= 0 . Rédiger votre démarche

2. Calculer f(-2).

3. Déterminer une primitive de f sur [- 3 ; 4]

4. Calculer $\int_{-2}^{0} f(x)dx$. Quelle est l'interprétation géométrique de ce résultat ?

Exercice N°3 (10 points)

Partie A

On considère la fonction *f* définie sur l'intervalle [1 ; 100] par :

$$f(x) = 0{,}2 \ln(x) + 0{,}2 \ln 2$$

1) Justifier que $f'(x) = \dfrac{0{,}2}{x}$

2) Montrer que la fonction *f* est croissante sur [1 ; 100].

3) Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	1	10	20	50	75	100
$f(x)$						1,1

Les résultats seront arrondis au dixième.

4) Construire la courbe représentative C de *f* dans un repère orthogonal .
Unités graphiques : 1 cm pour 10 unités sur l'axe des abscisses.
5 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B

On dissout un médicament dans l'eau. La quantité de médicament (exprimée en grammes), dissoute dans l'eau à l'issue d'un temps x (exprimé en minutes), est égale à $f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la partie A

1) Calculer la quantité de médicament dissoute en une demi-heure. On donnera le résultat en décigrammes.

2) Par lecture graphique, en faisant apparaître les constructions utiles, indiquer le temps nécessaire pour qu'au moins un gramme de médicament soit dissout.

ANNEXE 1

(A rendre avec la copie)

Parts représentées par les achats de produits pour animaux de compagnie dans le budget des ménages français.

Sommes dépensées (en F)	Nombre de ménages (en milliers)	Fréquence en pourcentage	Fréquences cumulées croissantes en %
[200 ; 300[			12,5
[300 ; 400[			35,5
[400 ; 500[			82,5
[500 ; 600[			93,5
[600 ; 700[	600	5	
[700 ; 800[			100
Total			

Source : Animal Distribution – Avril 2000

Eléments de correction.

Exercice 1

1) On observe dans le tableau de l'annexe 1 que 600 milliers de ménages représentent 5% de la population étudiée. Soit X en milliers de ménages le nombre total de ménages étudiés. On a :

$$\frac{600}{X} = \frac{5}{100}$$

soit $5.X = 600 \times 100$

soit $X = \frac{60000}{5}$

$X = 12000$

> L'étude a été faite sur un échantillon de 12 000 milliers de ménages.
> L'effectif de l'échantillon est donc égal, non pas à 12 000 mais à 12 000 000.

2) On calcule les fréquences des fréquences cumulées croissantes.

fréquences cumulées croissantes	calculs des fréquences	fréquences f_i exprimées en %	nombre n_i de ménages (en milliers)
0,125	0,125	***12,5 %***	***1500***
0,355	***0,230***	***23,0 %***	***2760***
0,825	***0,470***	***47,0 %***	***5640***
0,935	***0,110***	***11,0 %***	***1320***
0,985	0,05	***5,0 %***	***600***
1,00	***0,015***	***1,5 %***	***180***
	Total :	***100,0 %***	***12000***

3) a- On constate que 82,5 % des ménages de l'échantillon (soit 9900 milliers de ménages sur 12000) dépensent moins de 500 F par mois.

b- Calcul du pourcentage des ménages de l'échantillon ayant dépensé au moins 500 F c'est à dire 500 F ou plus de 500 F.
Ce pourcentage est 100 - 82,5 soit **<u>17,5</u>**
(ou bien : 11 + 5 + 1,5 = 17,5)

4) Calcul de la dépense moyenne des ménages pendant le mois de février 99.

x_i centres des classes	f_i fréquences	$f_i.x_i$
250	0,125	31,25
350	0,23	80,50
450	0,47	211,50
550	0,11	60,50
650	0,05	32,50
750	0,015	11,25
Totaux :	1,000	**Dépense moyenne en F** $\overline{x} = \sum f_i.x_i = \mathbf{427{,}5}$

N.B. :
On peut calculer la moyenne en utilisant les effectifs n_i exprimés en **milliers** de ménages.
La dépense totale des ménages est alors : $\sum n_i x_i = 5130000$ (en **milliers** de F)
L'effectif total étant $N = 12000$ (en **milliers** de ménages), la dépense moyenne par ménage est :

$$\overline{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N} \text{ soit } \overline{x} = \frac{5130000}{12000} \text{ soit encore } \overline{x} = \mathbf{427{,}5\ (en F)}$$

<u>Exercice 2</u>

1) Les solutions de l'équation f(x) = 0 sont les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative de la fonction f avec l'axe des abscisses.
Ces points sont au nombre de 3 et ont pour abscisses -2, 1 et 3
L'ensemble S des solutions est {-2 ;1 ;3}

2) $f(-2) = 0{,}5\times(-2)^3 - (-2)^2 - 2{,}5\times(-2)+3$ soit $f(-2)=0$.

3) La fonction F définie par $F(x)=0{,}5\times\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}-2{,}5\times\frac{x^2}{2}+3x$ est une primitive de f sur [-3 ; 4]

soit encore $F(x)=\frac{1}{8}x^4-\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{4}x^2+3x$

4) On a $\int_{-2}^{0} f(x)dx = F(0)-F(-2)$ or F(0) = 0 et $F(-2)=-\frac{19}{3}$

d'où $\int_{-2}^{0} f(x)dx = \frac{19}{3}$

Sur l'intervalle [-2 ; 0] la fonction f est positive (sa courbe est au dessus de l'axe des abscisses) donc l'aire de la portion de plan délimitée par la courbe représentative de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives *x = -2* et *x = 0* est égale à 6,33 unités d'aire.

Exercice 3 **Partie A**

1) La dérivée u' de la fonction u définie sur l'intervalle [1 ; 100] par u(x)=ln(x) est définie par $u'(x)=\frac{1}{x}$. D'autre part, la dérivée v' de la fonction v définie sur ce même intervalle par v(x)=0,2.ln(2), est définie par v'(x)=0.

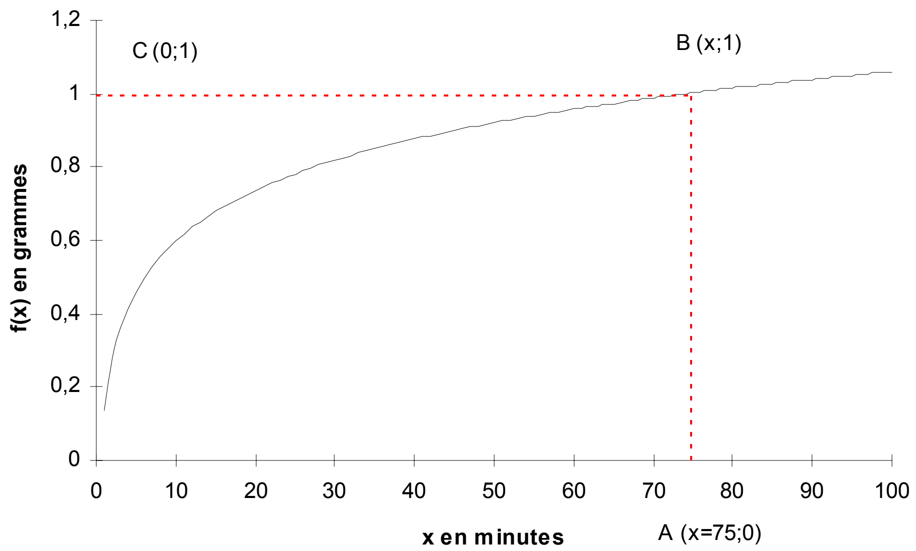
On en déduit l'expression de f'(x) $f'(x)=0{,}2\times\frac{1}{x}$ soit encore $f'(x)=\frac{0{,}2}{x}$

2) Sur l'intervalle [1 ; 100], x est strictement positif ; on en déduit que l'expression $\frac{0{,}2}{x}$ est positive sur l'intervalle [1 ; 100]. et par suite *f* est croissante sur cet intervalle.

3)

x	1	10	20	50	75	100
f(x)	0,1	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1

4)



Partie B

1) Une demi-heure vaut 30 minutes. Si x =30, f(x) = f(30) soit à 10^{-2} près f(30)= 0,82.
En une demi-heure, la quantité de médicament dissous est de 0,82 g soit **8,2 dg**

2) Le temps minimal nécessaire pour qu'au moins un gramme de médicament soit dissous est obtenu graphiquement par lecture de l'abscisse du point de la courbe représentative de *f* dont l'ordonnée est 1. Cette abscisse est 75 donc **le temps doit être supérieur ou égal à 75 minutes**