PROBABILITÉS EN CLASSE DE SECONDE

À la rentrée 2009, les probabilités apparaissent au programme de la classe de Seconde. Depuis 2008, les élèves abordent les premières notions de probabilités en classe de Troisième.

Rappel du contenu des programmes :

- **en classe de Troisième (rentrée 2008).**

Connaissances	Capacités	Commentaires
Notion de probabilités.	Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité. Calculer des probabilités dans des contextes familiers.	La notion de probabilité est abordée à partir d'expérimentations qui permettent d'observer les fréquences des issues dans des situations familières (pièces de monnaie, dés, roues de loteries, urnes, etc.). La notion de probabilité est utilisée pour modéliser des situations simples de la vie courante. Les situations étudiées concernent les expériences aléatoires à une ou *à deux épreuves.*

- **en classe de Seconde (rentrée 2009):**

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Probabilités sur un ensemble fini. Probabilité d'un événement.	• Déterminer la probabilité d'événements dans des situations d'équiprobabilité. • Utiliser des modèles définis à partir de fréquences observées.	La probabilité d'un événement est définie comme la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent. Pour les calculs de probabilités, on utilise des arbres, des diagrammes ou des tableaux.
Réunion et intersection de deux événements, formule : $p(A \cup B) + p(A \cap B) = p(A) + p(B)$	• Connaître et exploiter cette formule.	

- **Extrait du document d'accompagnement (page 7)**

Il s'agit dans un premier temps de consolider les notions abordées en classe de Troisième.

Une distribution de probabilité sur un ensemble Ω est définie par la donnée des probabilités des éléments de Ω. Un événement est défini comme un sous-ensemble de Ω. C'est cette définition ensembliste qui permet de calculer la probabilité d'un événement en ajoutant les probabilités des éléments qui le constituent. On consolide à l'occasion la notion d'ensemble et de sous-ensemble, ce qui permet, entre autres, d'ancrer l'idée que dans un ensemble on ne répète pas les éléments et que leur ordre n'importe pas.

Les distributions de probabilité peuvent être estimées par observation de la stabilisation des fréquences sur de longues séries d'expériences ou bien par des considérations géométriques ou physiques en référence à l'équiprobabilité.

De même qu'au collège les élèves ont utilisé, sans formalisme, quelques éléments de langage sur les probabilités, de même en classe de Seconde certaines notations usuelles seront utilisées pour leur commodité et sans donner lieu à un formalisme excessif :

$\bar{A}$, $p(\{1, 2, 3\})$, $p(A \cap B)$ ou $p(A \text{ et } B)$, $p(A \cup B)$ ou $p(A \text{ ou } B)$, $card(A)$.

Remarques :

Compte tenu des capacités attendues et des commentaires du nouveau programme de Seconde, on peut proposer des exercices à deux épreuves (voire trois ou plus). Pour ce type d'activités, en faisant l'hypothèse d'équiprobabilité des issues, l'utilisation d'arbres pondérés est tout à fait pertinente. En effet, il est alors facile d'obtenir la probabilité d'une issue, symbolisée par un chemin à deux branches, en utilisant le produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

Un arbre même inachevé (car il n'est pas toujours possible de représenter toutes les branches), peut servir de support de raisonnement. Il permet dans certaines situations de retrouver et d'exprimer sans difficulté, la probabilité d'une réunion d'événements ou la probabilité d'un événement contraire (voir activité 2 question 1)

Ceci dit, dans certaines situations, le tableau à double entrée est plus pertinent que l'arbre (voir activité 1 question 11 ou activité 2 question 5).

Les activités proposées ci-dessous peuvent être utilisées comme une approche progressive de notions qui pourront dans certains cas être synthétisées dans le cours.

Activité 1

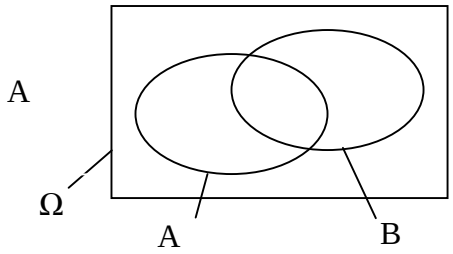
Objectif : *Introduction et consolidation du vocabulaire et des relations ensemblistes.*

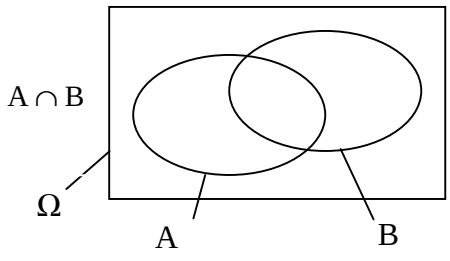
On lance deux dés, à six faces, supposés parfaits. On s'intéresse à la somme des deux numéros obtenus sur les faces supérieures des dés.

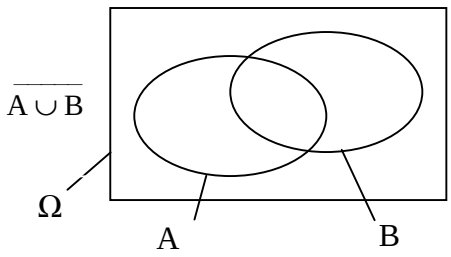
1. Comment comprenez-vous le mot *parfait* ?
2. À l'aide d'un tableau à double entrée, donner l'ensemble des issues possibles de cette expérience aléatoire que l'on notera Ω.
3. Donner $\text{card}(\Omega)$.
4. Les issues de cette expérience sont-elles équiprobables ? Justifier.
5. Soit A l'événement « obtenir une somme supérieure ou égale à 7 ».
   Donner A sous la forme $A = \{\quad\}$. Définir l'événement contraire noté $\overline{A}$.
6. Formuler par une phrase l'événement $B = \{3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11\}$.
7. Donner l'ensemble des issues qui réalisent à la fois A et B que l'on note $A \cap B$.
8. Les événements A et B sont-ils incompatibles ?
9. Les trois issues qui réalisent l'événement $A \cap B$ sont-elles équiprobables ? Justifier.
10. Donner l'ensemble des issues qui réalisent les événements A ou B noté $A \cup B$.
11. Quelle est la probabilité d'avoir une somme égale à 7 ?

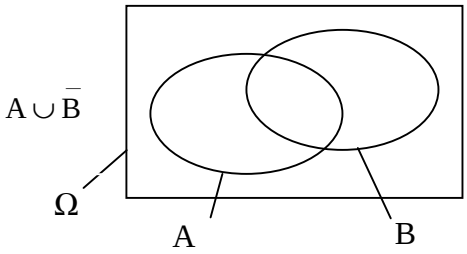
Activité 1 bis *(complément de l'activité 1).*

Hachurer l'ensemble demandé dans chacun des quatre diagrammes suivants :







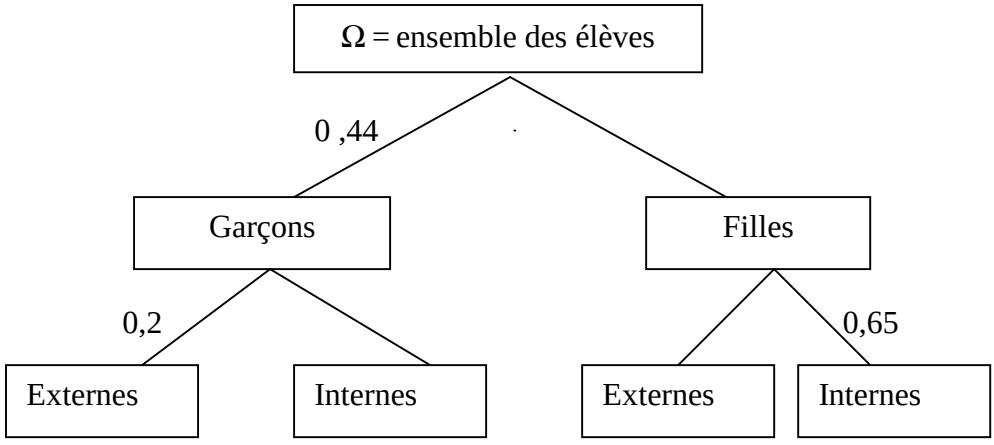


Activité 2

Objectif : *Mise en place des règles opératoires relatives aux calculs de probabilités à l'aide d'un arbre pondéré. Pertinence d'un tableau à double entrée dans d'autres cas.*

On considère l'ensemble des élèves d'un établissement. On sait que 44 % des élèves sont des garçons.

1. Sachant que 20 % des garçons sont externes et que 65 % des filles sont internes, compléter l'arbre ci-dessous.



2. Déterminer le pourcentage de garçons internes de cet établissement.

3. Déterminer le pourcentage d'élèves internes de cet établissement.

4. Compléter le tableau suivant sachant que l'effectif total des élèves de l'établissement est de 750.

	Filles	**Garçons**	**Total**
Internes			
Externes			
Total			750

5. Parmi les internes, quel est le pourcentage de filles ?

Remarques

On profite de cette activité pour mettre en évidence les règles opératoires que l'on sera amené à appliquer avec les arbres pondérés.

Ces règles seront énoncées en fin d'activité 3 lors du "passage" des fréquences aux probabilités.

Activité 3

Objectif *: Autonomie pour schématiser la situation à l'aide d'un arbre pondéré et pour le calcul de probabilités.*

Une urne contient des boules de trois couleurs différentes : blanches, noires et rouges.

On tire une boule au hasard dans l'urne. La probabilité d'obtenir une boule blanche est 0,31. La probabilité d'obtenir une boule noire est 0,52.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge ?
2. Donner une composition possible de l'urne.
3. On prélève dans cette urne deux boules de la façon suivante : une première boule est prélevée au hasard puis remise dans l'urne. On prélève une seconde boule.
   - **a.** Construire l'arbre schématisant cette situation en le pondérant avec les probabilités.
   - **b.** Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules rouges ?
   - **c.** Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules de la même couleur ?

Remarques

Il est nécessaire de donner les deux règles suivantes :

1. **Dans un arbre pondéré, la probabilité du résultat (ou issue) auquel conduit un chemin est égal au produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.**
2. **La probabilité d'un événement est la somme des probabilités de tous les chemins qui réalisent cet événement.**

Activité 4

1. On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. On considère les événements :

   A : « la carte est une figure »

   B : « la carte est rouge »

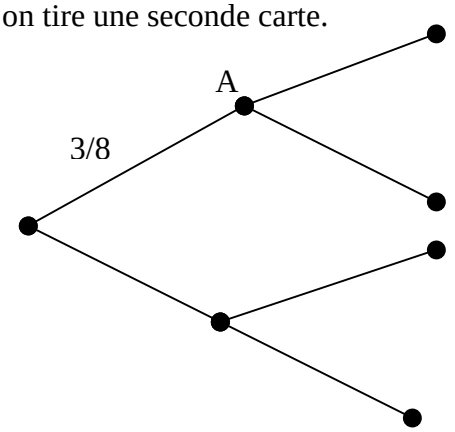
   - **a.** Les événements A et B sont-ils incompatibles ? Justifier.
   - **b.** Définir les événements $A \cup B$ et $A \cap B$ ainsi que l'événement contraire de A.
   - **c.** Déterminer p(A), p(B) et $p(A \cap B)$.
   - **d.** En déduire $p(A \cup B)$.

2. On prélève maintenant deux cartes de la façon suivante. On tire au hasard une première carte que l'on replace dans le jeu, puis on tire une seconde carte.

   On considère l'événement :

   C : « les deux cartes sont des figures »

   Compléter l'arbre ci-contre et en déduire p(C).



Activité 5

A et B sont deux événements d'une même expérience aléatoire. Les valeurs des probabilités sont consignées dans le tableau ci-dessous pour trois cas différents.

	p(A)	**p(B)**	**p(A ∪ B)**	**p(A ∩ B)**
cas n° 1	0,5	0,3	0,6	
cas n° 2		0,4	0,6	0,3
cas n° 3	0,3	$\frac{a}{4}$	$3\,a$	a

1. Compléter le tableau, pour les deux premier cas.

2. Calculer la valeur de a pour le cas n° 3.

Activité 6

Objectif *: Montrer la stabilisation de la fréquence de réalisation d'un événement.*

Partie A

1. On considère un dé cubique parfait à 6 faces numérotées de 1 à 6. Compléter le tableau suivant :

Issues	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Probabilités						

2. On considère toujours un dé cubique parfait à 6 faces (ou des dés supposés identiques) que l'on lance 1 200 fois. Pour compléter le tableau suivant, on pourra par exemple utiliser 40 lancers de chacun des 30 élèves de la classe.

Issues	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Occurrences						
Fréquences						

3. Comparer les deux tableaux. Commenter.

Partie B

Pour cette activité, les élèves disposent d'une calculatrice ou d'un tableur.

1. Que fait la fonction rand ou rand# de votre calculatrice (ou ALEA d'un tableur) ?

2. En utilisant cette fonction :

a. Donner les instructions permettant de simuler le lancer d'une pièce bien équilibrée.

b. On choisit au hasard un nombre décimal avec 10 décimales. On note E l'événement "la première décimale du nombre choisi est 3". Proposer une simulation permettant de vérifier que la probabilité de E est égale à 0,1.

(Énoncé à adapter au matériel utilisé pour le nombre de décimales du nombre.)

Remarques :

En généralisant les situations précédentes, on peut prendre pour valeur de la probabilité d'un événement associé à une expérience aléatoire « une valeur (connue ou non) vers laquelle se stabilise la fréquence de l'événement à l'occasion de la répétition d'un très grand nombre d'expériences identiques ».