

Géométrie dans l'espace avec le logiciel GEOSPACE

Dans cet article, nous proposons trois exercices de géométrie dans l'espace, à traiter avec des élèves de Seconde dans l'esprit de l'épreuve pratique du baccalauréat S, c'est-à-dire en les laissant mettre en place seuls une démarche expérimentale.

Fonctionnalités de GEOSPACE qui pourront nous être utiles :

- créer et afficher des grandeurs numériques,
- faire tourner la figure (avec le clic droit de la souris),
- afficher des plans isolés.

Remarques

- Dans chaque cas, il nous semble intéressant de faire aussi un dessin sur papier, les allers retours entre l'ordinateur et le papier se révélant très formateurs.
- Le logiciel propose dans le répertoire *bases*, des fichiers donnant une série de figures toutes faites (cube, tétraèdre...) et sur lesquelles on peut facilement travailler.

Exercice 1 : Intersection d'une droite et d'un plan

$ABCD$ est un tétraèdre, I est le milieu de $[AB]$, J celui de $[AD]$ et K est un point quelconque du segment $[IC]$.

On note M le point d'intersection de la droite (JK) et du plan (BCD) .

Objectif

- Déterminer sur quelle droite particulière du plan (BCD) se trouve le point M .

On pourra charger dans le répertoire *bases* un tétraèdre dans le fichier `tetra.g3w`

Ce qu'on attend des élèves

Sur GEOSPACE

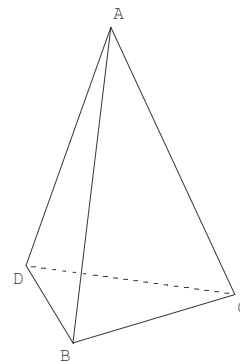
- 1) La construction de la figure.
- 2) L'utilisation du mode *Trace* pour conjecturer les positions possibles du point M quand le point K décrit le segment $[CI]$.

À l'écrit

- 1) Une figure papier.
- 2) La justification de la construction du point M et de la conjecture émise.

Remarques

- On peut faire tourner la figure avec la souris, se placer dans un plan isolé qui contient M , J et K , etc.
- Le point M pourra être construit de deux manières.



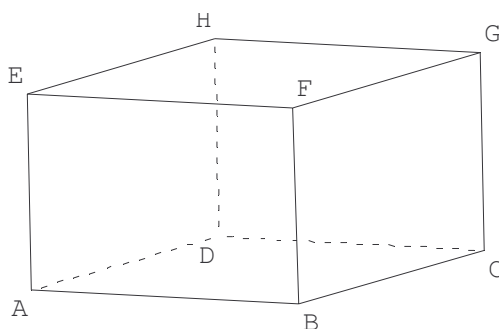
Exercice 2

$ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle. I est le centre du parallélogramme $EFGH$, L est le centre de gravité du triangle BEG et O est le centre du parallélépipède (on pourra rappeler que O est le milieu commun des diagonales $[AG]$, $[BH]$, $[CE]$ et $[DF]$).

Objectifs

- Émettre une conjecture quant à la position relative des points F , L et D .
- Établir une relation entre les vecteurs \vec{FL} et \vec{FD} .

On pourra charger dans le répertoire *bases* un parallélépipède rectangle dans le fichier `pave.g3w`



Ce qu'on attend des élèves

Sur GEOSPACE

- 1) La construction de la figure.
- 2) L'affichage du plan isolé (BFH) .
- 3) L'affichage de grandeurs numériques (longueurs...) pour répondre aux questions.

À l'écrit

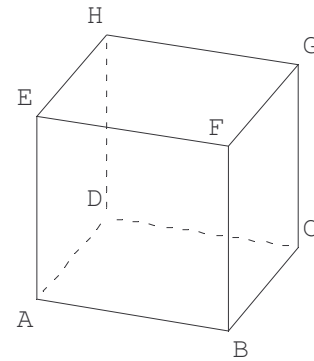
- 1) Une figure papier.
- 2) La justification du fait que le point L est dans le plan (HBF) .
- 3) La position particulière du point L pour le triangle HBF .
- 4) Une relation vectorielle entre les vecteurs \vec{FL} et \vec{FD} .

Remarque

- Le problème peut être traité de la même manière avec $ABCDEFGH$ parallélépipède quelconque.
- Cet exercice permet de revoir des notions *élémentaires* de géométrie plane tout en travaillant dans l'espace.

Exercice 3 : Des propriétés du cube

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête a . I , J , K et L sont les milieux respectifs des segments $[EH]$, $[BF]$, $[BC]$ et $[DH]$.



Objectifs

- Déterminer la nature du quadrilatère $IJKL$.
- Déterminer la mesure des angles des diagonales $[IK]$ et $[JL]$

On pourra charger dans le répertoire *bases* un cube dans le fichier `cube2.g3w`. Ce cube a pour arête 4.

Ce qu'on attend des élèves

Sur GEOSPACE

- 1) La construction de la figure.
- 2) Une conjecture sur la nature du quadrilatère $IJKL$ et sur les mesures des angles des diagonales $[IK]$ et $[JL]$.

À l'écrit

- 1) Une figure papier.
- 2) La démonstration du fait que $IJKL$ est un parallélogramme.
- 3) Un dessin en vraie grandeur du rectangle $HFBD$ (Rappel : le cube a pour arête 4). Puis détermination de la longueur LJ .
- 4) La détermination de la longueur IK .
- 5) La nature du parallélogramme $IJKL$.
- 6) Un dessin en vraie grandeur de $IJKL$.
- 7) Les mesures des angles formés des diagonales $[IK]$ et $[JL]$.

Remarques

- Pour voir le cube avec le plan (ABF) de face, on peut modifier l'orientation du cube : Menu *Vues*, commande *Vue standard avec oyz de face*, puis Menu *Vues*, commande *Projection oblique*.
- Il faudra préciser l'unité de mesure d'angle. Sur GEOSPACE, la mesure par défaut est le radian.
- On pourrait proposer cet exercice en Première S, avec une approche analytique.

16^e RMT - Cubes cachés (CAT 8, 9, 10)

Julie a 86 cubes blancs et 34 noirs, tous de mêmes dimensions. Avec tous ses cubes, elle construit un parallélépipède rectangle.

Comme elle trouve que les cubes noirs ne sont pas beaux, elle les place de telle sorte qu'on ne puisse pas les voir quand le parallélépipède est posé sur son bureau en bois.

Quelles peuvent être les dimensions des parallélépipèdes que Julie peut construire en utilisant tous ses cubes.

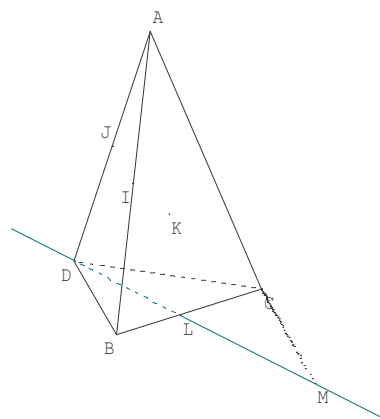
Trouvez toutes les possibilités.

Expliquez comment vous avez trouvé.

Quelques éléments de réponses

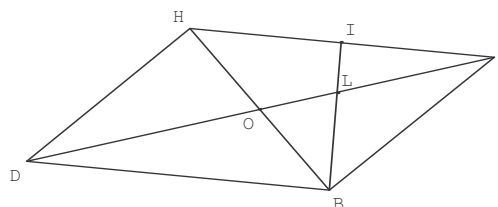
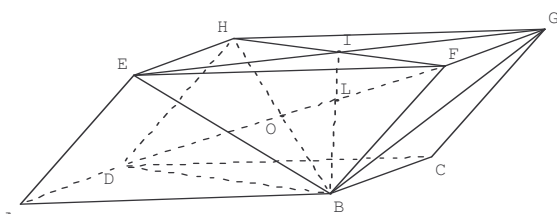
Exercice 1

Le point M appartient à la parallèle à la droite (IJ) passant par C (théorème du toit).



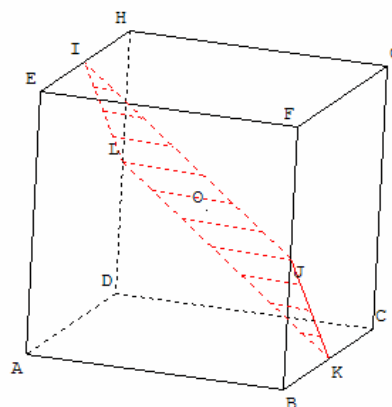
Exercice 2 (dans le cas d'un parallélépipède quelconque)

Le point L est le centre de gravité du triangle HBF .



Exercice 3

Le quadrilatère $IJKL$ est un rectangle. Nous vous laissons vous en convaincre sur GEOSPACE. Les triangles IOL et JOK sont équilatéraux.



16° RMT - L'horloge digitale (Cat. 6, 7, 8)

Marco est un passionné des nombres. Il a dans sa voiture une horloge digitale à quatre chiffres qui indique l'heure de 00 : 00 à 23 : 59.

Au moment de partir pour un long déplacement, Marco observe son horloge et constate que les deux nombres indiqués, celui des minutes et celui des heures, sont des carrés de nombres entiers positifs (qui, sur une horloge digitale, s'écrivent sous la forme : 00, 01, 04, 09, 16, 25, ...).

Au retour de son voyage, Marco constate que son horloge affiche de nouveau les carrés de deux nombres entiers positifs. Son ordinateur de bord lui indique qu'il a parcouru 352 km en 4 heures et 20 minutes.

À quelle heure Marco est-il rentré de son voyage ?

Expliquez votre raisonnement.