

REPÉRAGE SUR LA SPHÈRE

Parmi les thèmes du programme de Seconde, figure celui du repérage sur la sphère.

L'objet de cet article est de décrire la façon dont ce thème a été abordé dans une classe de Seconde.

Le document distribué aux élèves, excepté l'évaluation, est le fruit d'un travail effectué par des stagiaires de l'ENFA et très légèrement modifié.

La géométrie dans l'espace a été le premier chapitre abordé dans l'année.

Le thème s'est déroulé, au cours du mois de décembre, sur deux séances de module en demi-classe (soit deux heures par élève) et une heure classe entière pour une évaluation individuelle.

Les élèves ont été regroupés par deux et ont du répondre à l'ensemble des questions posées sur les feuilles distribuées. Le document à fournir par groupe de deux, a été rendu une semaine après la deuxième séance.

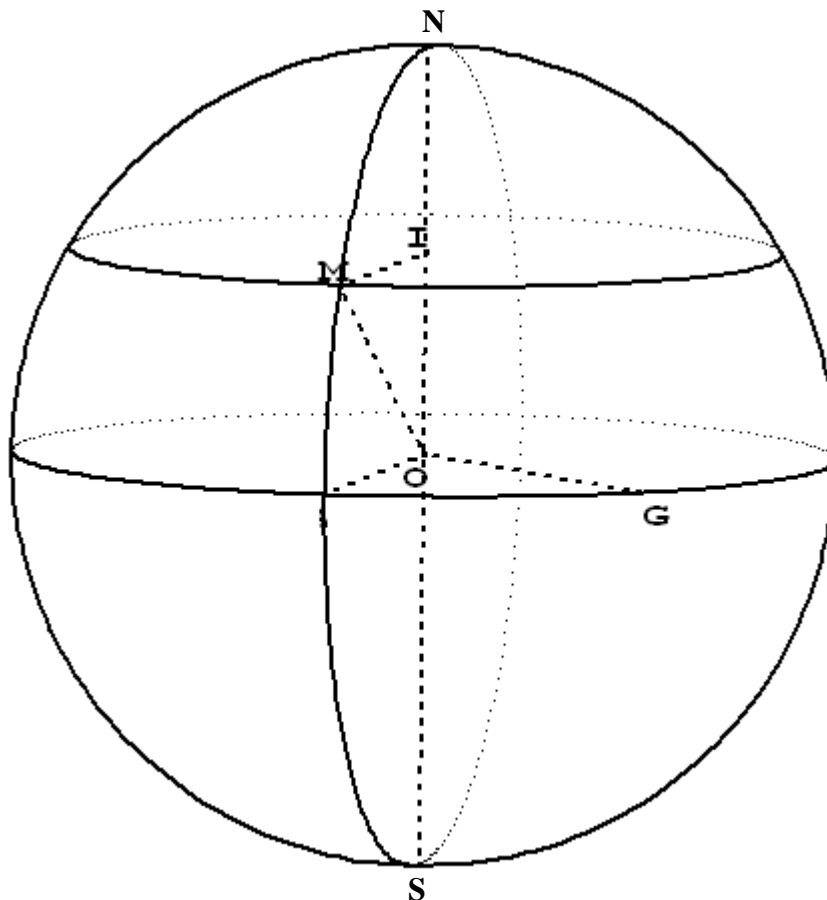
Première séance :

Lieu : une salle adjacente au CDI.

Présentation du thème, modalités d'évaluation.

Les élèves, qui sont regroupés par deux, utilisent les documents du CDI et l'enseignant, à leur demande, leur donne des renseignements ou des pistes de recherche.

Document distribué au cours de la première séance



Deuxième séance :

Lieu identique.

Une sphère (de 10 cm de diamètre et en polystyrène) est fournie à chaque groupe.

A la fin de cette deuxième séance il est rappelé que chaque groupe n'a plus qu'une semaine pour finir le travail et qu'un contrôle individuel, d'une heure, sera effectué la semaine suivante, sur les notions abordées dans ce thème. Le texte du contrôle est joint à la fin de l'article.

A la fin de ce travail chaque élève aura deux notes : une sur le travail fait en groupe et l'autre sur l'évaluation individuelle. Ces notes auront le même coefficient que toutes les autres notes du trimestre.

Thème : repérage sur la sphère

Au cours de cette étude, la terre est assimilée à une sphère (S) de centre O.

Première séance : repérage sur la sphère terrestre

- 1) Quelle est la définition d'une sphère (S) de centre O et de rayon R ?
- 2) On considère deux points A et B de la sphère, diamétralement opposés. Quelle est la distance AB ?
- 3) Les pôles N et S sont les deux extrémités d'un diamètre de la sphère (S).
On considère un point M, distinct de N et S, sur la surface terrestre (voir figure).
Quelle est l'intersection de la sphère (S) et du plan (NMS) ?
Quelle est l'intersection de la sphère (S) et du plan passant par le point M et qui est orthogonal à la droite (NS) ?

Définition 1 : Le demi-cercle de diamètre [NS] contenant le point M est appelé le méridien de M.

Définition 2 : L'intersection de la sphère et du plan passant par le point M et qui est orthogonal à la droite (NS) est appelée le parallèle M.
L'équateur est l'intersection de la sphère et du plan orthogonal à la droite (NS) passant par O.

- 4) Compléter la phrase suivante : l'équateur est donc particulier.
- 5) On note M' le point d'intersection du méridien du point M et de l'équateur. Faire apparaître sur la figure le point M'.

Définition 3 : L'angle \hat{O} dans le triangle M'OM est appelé latitude (Nord ou Sud) du point M.

- 6) Faire apparaître cet angle sur la figure jointe.
Sur la figure le point M a pour latitude 30° Nord. Quelles sont les latitudes des points M', N et S ?
- 7) Quel est l'ensemble des points de la surface terrestre qui ont la même latitude que le point M ?
- 8) Rechercher dans un dictionnaire où se trouve Greenwich ?
Quelle est la latitude de cette ville ?

On appelle G le point d'intersection de l'équateur et du méridien de Greenwich.

Définition 4 : L'angle \hat{O} dans le triangle GOM' est appelé longitude (Ouest ou Est) du point M.

- 9) Quel est l'ensemble des points de la surface terrestre qui ont la même longitude que le point M ?

Tout point de la surface terrestre est défini de manière unique par la donnée de sa latitude et de sa longitude.

Définition 5 : On appelle coordonnées géographiques d'un point M le couple formé par sa latitude et sa longitude.

- 10) A l'aide d'une carte, donner les coordonnées géographiques du lycée.
Pour le lycée, quelles sont les coordonnées géographiques données par le GPS ?
- 11) Quelle particularité dans ses coordonnées géographiques présente le village de Chalandray situé sur la route Poitiers-Parthenay ?
- 12) Quelles sont les coordonnées géographiques de la ville de Nice ?
- 13) Déterminer les coordonnées géographiques du point A situé aux antipodes de la ville de Nice. Dans quel pays est situé ce point A ?

Deuxième séance : à la recherche du chemin le plus court

Déterminer la ville dont les coordonnées géographiques sont 45° Nord et 26° Est.

Les coordonnées de la ville de Montréal sont 45° Nord et 74° Ouest.

Nous noterons B_u et M_0 ces deux villes.

- 14) Sur la sphère qui vous est fournie (*boule en polystyrène de sapin de Noël de 10 cm de diamètre*), placer deux points diamétralement opposés N et S et construire l'équateur. Placer un point G_e dont la latitude est 51° Nord.
On suppose que ce point représente la ville de Greenwich.
Construire alors le méridien de Greenwich.
A partir de ces constructions, placer le plus précisément possible les points B_u et M_0 .
- 15) On note P_a le parallèle auquel appartiennent les points B_u et M_0 . On note I le centre de ce cercle P_a .
Démontrer que le triangle IMO est rectangle et isocèle et calculer le rayon de ce cercle P_a .

- 16) Quelle est la nature du triangle B_uIM_0 ?
En déduire la mesure de l'angle \hat{I} dans le triangle B_uIM_0 et la longueur du segment B_uM_0 .

Étude de trois trajets possibles pour aller de B_u à M_0 en avion.

Les résultats numériques seront approchés à l'unité près.

On rappelle que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à la mesure de l'angle au centre qui intercepte cet arc.

- 17) Faire une figure pour illustrer ce rappel.
- 18) Trajet n°1. L'avion se déplace de B_u à M_0 en suivant le parallèle Pa.
Calculer la longueur du trajet n°1.
- 19) Trajet n°2. L'avion suit cette fois-ci successivement le méridien du point B_u puis celui du point M_0 en passant par le pôle Nord.
Calculer la longueur du trajet n°2.
- 20) Trajet n°3. L'avion se déplace en suivant l'arc de cercle de centre O passant par les points B_u et M_0 .
En utilisant la longueur B_uM_0 obtenue à la question 16, calculer la mesure de l'angle B_uOM_0 dans le triangle isocèle B_uOM_0 .
En déduire la longueur de ce trajet n°3.

Conclusion

Définition 6 : La ligne géodésique entre deux points A et B d'une surface est la ligne la plus courte située sur cette surface.

Sur une sphère, on démontre que cette ligne géodésique est l'arc de cercle qui est centré en O, centre de la sphère et qui passe par les points A et B.

Classe de seconde

Contrôle individuel sur le repérage sur une sphère Durée une heure

Rappels de quelques formules :

- ▶ Le périmètre d'un cercle de rayon R est $2 \pi R$;
- ▶ L'aire d'un disque de rayon R est πR^2 .

On admet dans la suite que la Terre est assimilée à une sphère de rayon R, avec $R = 6\,364$ km.

Questions sur le repérage sur la sphère

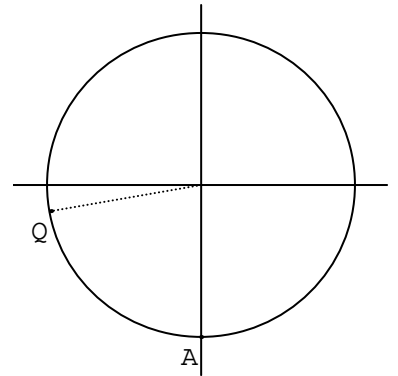
- 1) Calculer la longueur, à 0,1 km près, d'un méridien terrestre.

Calculer la longueur, à 0,1 km près, de la distance pour aller de l'équateur au pôle Nord en se déplaçant sur un méridien.

2) Entre quelles valeurs peut être comprise la latitude d'un point situé au Nord de l'équateur ?

3) La ville de Quito est située sur l'équateur, quelle est sa latitude ?

4) On a représenté sur la figure ci-jointe, l'équateur, la ville de Quito de longitude 80° Ouest et le point A de longitude 0.



a) Représenter, sur ce dessin, le point B situé sur l'équateur de longitude 80° Est.

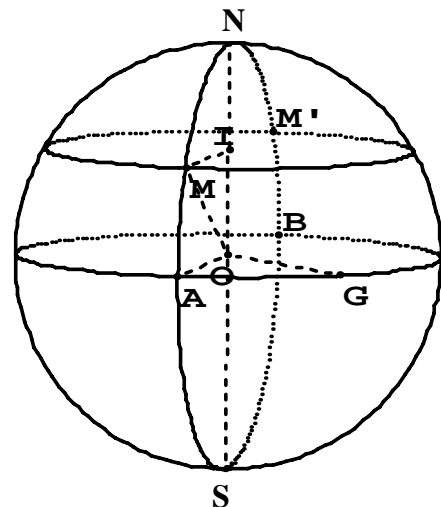
b) Représenter, sur ce dessin, le point C situé sur l'équateur de longitude 90° Ouest.

c) Représenter, sur ce dessin, le point D situé sur l'équateur de longitude 135° Ouest.

d) Placer, sur le dessin, le point E situé aux antipodes de la ville de Quito. Déterminer les coordonnées géographiques de ce point E.

6) Le point F a pour coordonnées géographiques 45° Nord et 45° Est. Déterminer les coordonnées géographiques du point situé aux antipodes du point F.

7) Sur la figure située, ci-dessous, O est le centre de la Terre et le point G est situé sur l'équateur et sur le méridien de Greenwich. Préciser, en le notant α , l'angle qui détermine la latitude du point M. Préciser, en le notant β , l'angle qui détermine la longitude du point M.



8) I est situé sur le segment [NS], déterminer la distance MI sachant que le triangle OMI est un triangle isocèle et rectangle en I.

9) On a représenté le 45^{ème} parallèle Nord, c'est le parallèle qui passe par le point M. Déterminer la longueur de ce parallèle.

10) On considère deux villes V_1 et V_2 situées sur le même méridien, la ville V_1 de latitude 45° Nord et la ville V_2 de latitude 55° Nord. Quelle est, en se déplaçant sur ce méridien, la distance qui sépare ces deux villes V_1 et V_2 ?