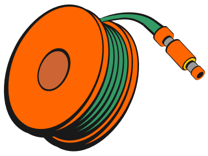
QUELQUES CONSIDÉRATIONS TRIGONOMÉTRIQUES EN BAC TECHNOLOGIQUE

La rentrée 2000 a vu la mise en place d'un nouveau programme en Seconde. A signaler depuis ce nouveau programme que la partie trigonométrie enseignée jusque là s'est fortement "réduite". Les élèves ont à connaître essentiellement le tracé des courbes représentatives des fonctions sinus et cosinus, la définition de sin (x) et cos (x) pour x réel se faisant en "enroulant" $\mathbb{R}$ sur le cercle trigonométrique.



Le programme de STAE devait tenir compte de cette évolution (continuité des programmes oblige) ; chose faite à la rentrée 2002.

Il est maintenant demandé :

- **En Première STAE** de mettre en œuvre les acquis de Seconde, de les entretenir et de les compléter avec des exemples simples de calculs trigonométriques relatifs aux réels associés ; passage de a à (- a), (π - a) et (π + a).

- **En Terminale STAE** de résoudre des équations du type cos x = a, sin x = b (avec a et b éléments de l'intervalle [- 1 ; 1]) et d'étudier les fonctions circulaires $(x \mapsto \cos(x), x \mapsto \sin(x), x \mapsto \cos(ax+b) \text{ et } x \mapsto \sin(ax+b))$.

Pour plus d'informations sur cette partie du nouveau programme STAE, il est conseillé de consulter dans ce bulletin l'article intitulé : nouveautés du programme STAE.

Nous n'avons pas la prétention dans cet article de vous proposer un cours complet sur toute cette partie du programme, mais seulement quelques considérations et activités pour tenter d'aider nos élèves à surmonter certaines difficultés d'abstraction et à bien assimiler ces "nouvelles" notions. On complétera cet article dans les prochains bulletins. Affaire à suivre !

Activités en classe de Première :

1) Transformations et trigonométrie.

2) Calculs trigonométriques relatifs aux réels associés.

Activités en classe de Terminale :

3) Résolution d'équations du type cos (x) = a et sin (x) = b.

4) Fonctions dérivées des fonctions cosinus et sinus.

5) Étude de fonctions circulaires : quelques cas concrets.

Activités 1 et 2 en classe de Première :

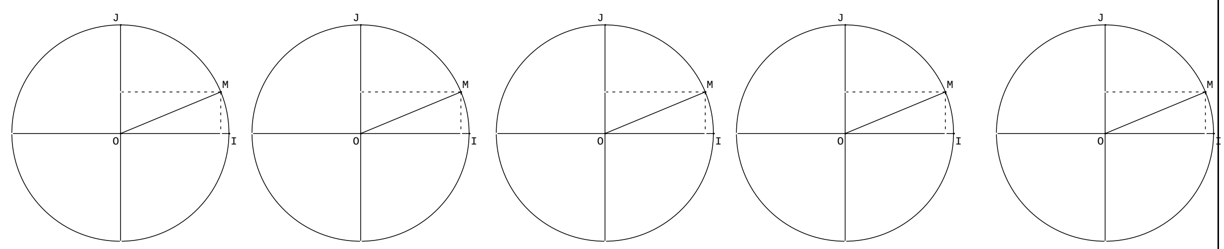
Pré requis pour ces activités : les transformations, le radian, la mesure principale d'un angle, les définitions du sinus et cosinus et notion d'angle orienté.

Activité n°1 :

Dans un repère orthonormal direct $(O ; \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$, on considère le cercle trigonométrique (C) de centre O.

Soit M le point du cercle (C) tel que l'angle $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM})$ mesure $\frac{\pi}{6}$ rad.

Figure n°1	**Figure n°2**	**Figure n°3**	**Figure n°4**	**Figure n°5**



1) Sachant que l'ordonnée du point M est égale à $\frac{1}{2}$, déterminer son abscisse. En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

2)
   a) Sur la figure n°2, placer le point M_1 image du point M par la réflexion d'axe (OI).

   b) Sur la figure n°3, placer le point M_2 image du point M par la symétrie de centre O.

   c) Sur la figure 4, placer le point M_3 image du point M par la réflexion d'axe (OJ).

   d) Soit (d) la droite d'équation y = x. Sur la figure 5, placer le point M_4 symétrique du point M par la réflexion d'axe (d).

3) Déterminer les mesures principales, en radian, des angles orientés suivants :

$$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM_1}), (\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM_2}), (\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM_3}) \text{ et } (\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM_4})$$

4)
   a) Exprimer les coordonnées des points M_1, M_2, M_3 et M_4 en fonction de celles de M.

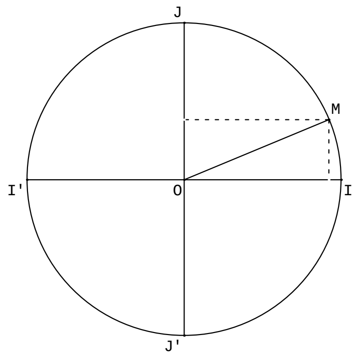
   b) Compléter le tableau suivant *(on demande les valeurs exactes)* :

La valeur exacte de	$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$	$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$	$\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$	$\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$	$\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$	$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$	$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$	$\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$
est	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	…	…	…	…	…	…
Figures utilisées	n°1	n°1	…	…	…	…	…	…

La valeur exacte de	$\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$	$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$	$\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)$	$\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)$	$\cos\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$	$\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$	$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$	$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$
est	…	…	…	…	…	…	…	…
Figures utilisées	…	…	…	…	…	…	…	…

Activité n°2 : **calculs trigonométriques relatifs aux réels associés**

Dans un repère orthonormal direct $(O\,;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$, on considère le cercle trigonométrique (C) de centre O. Soit M un point du cercle trigonométrique (C) tel que la mesure principale, en radian, de l'angle $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM})$ est x.



1) Donner les coordonnées du point M en fonction de x.

2) Compléter les tableaux ci-dessous.

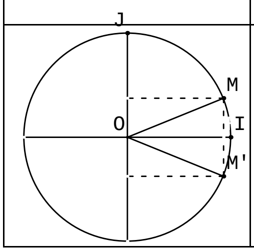
Figure n°1	L'angle orienté $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM'})$ en fonction de x	Coordonnées de M' en fonction de x	Relation entre les abscisses des points M et M'	Relation entre les ordonnées des points M et M'
	$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM'}) = \ldots$	…………………	…………………	…………………

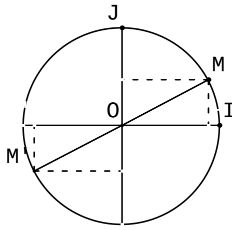
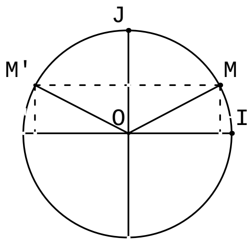
Figure n°2	L'angle orienté $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM'})$ en fonction de x	Coordonnées de M' en fonction de π et de x	Relation entre les abscisses des points M et M'	Relation entre les ordonnées des points M et M'
	$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM'}) = \ldots$	…………………	…………………	…………………

Figure n°3	L'angle orienté $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM'})$ en fonction de x	Coordonnées de M' en fonction de π et de x	Relation entre les abscisses des points M et M'	Relation entre les ordonnées des points M et M'
	$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM'}) = \ldots$	…………………	…………………	…………………

3) Synthèse : compléter le tableau ci-dessous.
Soit x un réel.

Mesure de l'angle en radian(s)	**Cosinus**	**Sinus**
x	cos (x)	sin (x)
- x	cos (- x) = ………	sin (- x) = ………
π + x	cos (π + x) = ………	sin (π + x) = ………
π - x	cos (π - x) = ………	sin (π - x) = ………

4)

a) Calculer les valeurs exactes des réels A, B, C et D.

$A = \cos(\frac{\pi}{3}) - \cos(\frac{2\pi}{3}) - \cos(\frac{4\pi}{3}) + \cos(\frac{5\pi}{3})$.

$B = \sin(-\frac{7\pi}{3}) + \sin(\frac{2\pi}{3}) + \sin(\frac{17\pi}{3})$.

$C = \sin(\frac{3\pi}{4}) + \cos(\frac{3\pi}{4}) + \sin(-\frac{\pi}{4}) + \cos(-\frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{5\pi}{4}) + \cos(\frac{5\pi}{4})$.

$D = \sin(\frac{\pi}{6}) + \cos(\frac{\pi}{3}) + \sin(\frac{\pi}{2}) + \cos(\frac{2\pi}{3}) + \sin(\frac{5\pi}{6}) + \cos\pi$.

b) Exprimer A (x), B (x), C (x) et D (x) en fonction de cos x et/ou sinx.

A (x) = cos x + cos (π - x) - cos (π + x) + cos (2 π - x).

B (x) = sin (x + π) + sin (x + 2 π) + sin (x - π) + sin (x - 3 π).

$$C(x) = \sin(x + \pi) + \cos(\pi - x) - \sin(x - 2\pi) + \cos(x + 5\pi).$$

$$D(x) = \cos(\pi + x) + \sin(-x) + \sin(x - 4\pi).$$

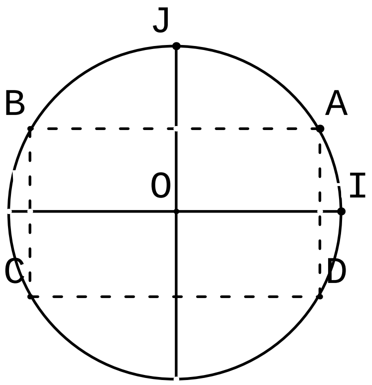
<u>Activités 3 et 4 en classe de Terminale</u> :

Proposez à un élève de résoudre dans ℝ l'équation $\sin(x) = \frac{1}{2}$ et observez-le !

Il y a beaucoup à parier qu'il se jettera sur sa précieuse calculatrice pour y utiliser la touche INV (ou SHIFT) SIN ou $\sin^{-1}$ et vous proposera peut-être : 30° ou 0,52 à 10^{-2} près.
Que lui répondre devant cette assurance ?
Vous lui proposerez de calculer $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$, $\sin\left(\frac{25\pi}{6}\right)$, sin 150° ou sin 750°.
Ensuite, vous lui proposerez certainement d'illustrer sur le cercle trigonométrique la solution trouvée par la calculatrice puis de visualiser une autre solution. C'est le moment de revenir au fameux radian.
Et finalement, pour faire comprendre l'infinité de solutions, évoquez avec lui le bon vieil "enroulement" de la droite des réels sur le cercle trigonométrique, avant de proposer la courbe représentative de la fonction sinus et les abscisses des points d'intersection de cette courbe avec la droite (d) d'équation $y = 0,5$.

<u>Activité n°3</u> :

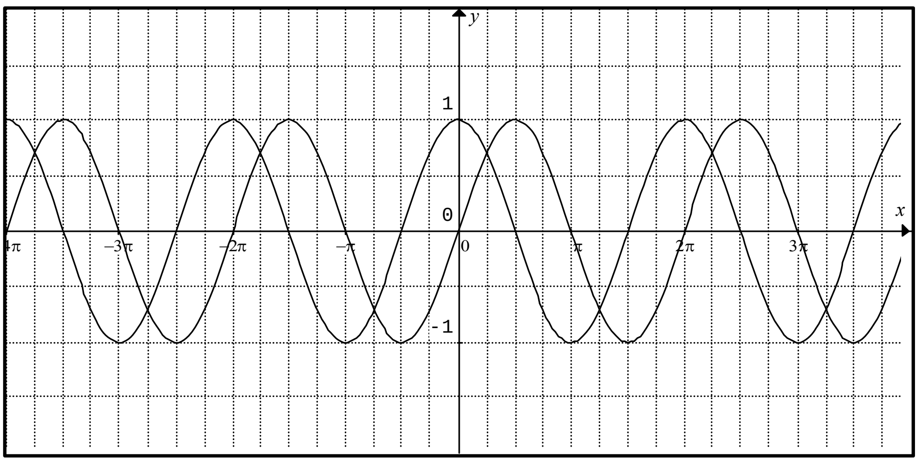
<u>Support n°1</u> : cercle trigonométrique



<u>Support n°2</u> : valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
cos (x)	…	…	…	…	…
sin (x)	…	…	…	…	…

<u>Support n°3</u> : courbes représentatives des fonctions sinus et cosinus



<u>Support n°4</u> : tableaux de variations des fonctions sinus et cosinus

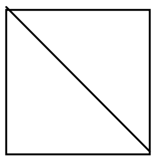
x	**- 2 π** **2 π**
Variation de la fonction cos	

x	**- 2 π** **2 π**
Variation de la fonction sin	

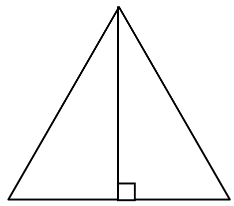
1)

a) Compléter le support n°2 en donnant les valeurs exactes. En cas de difficultés, utiliser les figures ci-dessous.

<u>Carré de côté a</u>



<u>Triangle équilatéral de côté a</u>



b) Dans le support n°3, repasser en rouge la courbe représentative de la fonction : $x \mapsto \sin(x)$ et en vert celle de la fonction : $x \mapsto \cos(x)$. Compléter le support n°4.

c) Sans utiliser la calculatrice, compléter le tableau suivant, en notant le ou les éléments utilisés (supports n°1, n°2, n°3 et/ou n°4) et en laissant éventuellement les tracés nécessaires apparents.

	Réponses	**Supports utilisés**	**Rédaction de la démarche**
Donner l'ensemble des nombres réels x de l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ vérifiant $\cos(x) = \frac{1}{2}$			
Donner la valeur exacte de $\cos(-\frac{\pi}{3})$			
Résoudre dans l'intervalle $[-\frac{\pi}{2} ; 2\pi]$ l'équation $\cos(x) = \frac{1}{2}$			
Résoudre dans l'intervalle $[-2\pi ; 2\pi]$ l'équation $\cos(x) = \frac{1}{2}$			
Dans ℝ, combien de solution(s) a l'équation $\cos(x) = \frac{1}{2}$?			

Résoudre dans l'intervalle [- π ; 2 π] l'équation $\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$			
Résoudre, dans [- 2 π ; 2 π], l'équation : $\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$			
Résoudre, dans [- π ; π], l'inéquation : $\cos(x) \geq 0$			
Résoudre dans l'intervalle [- $\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{2}$] l'inéquation $\sin(x) < 0$			
Résoudre, dans [- 2 π ; 2 π], l'équation $\sin(x) = 2$			
Résoudre, dans [- 2 π ; 2 π], l'équation $\cos(x) = -2{,}5$			

2) Soit (C) un cercle trigonométrique. Résolution, dans ℝ, de l'équation $\sin(x) = 0{,}5$.

a) Donner la solution x_0 de l'équation $\sin(x) = 0{,}5$ sur $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ et la représenter sur (C).

b) Donner l'autre solution x_1 de l'équation $\sin(x) = 0{,}5$ sur [0 ; π] et la représenter sur (C). Exprimer x_1 en fonction de x_0 et de π.

c) Quelles sont les solutions de l'équation $\sin(x) = 0{,}5$ sur $[-\frac{3\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}]$?

d) Quelles sont les solutions de l'équation $\sin(x) = 0{,}5$ sur [- 2 π ; 2 π] ?

e) $x_0 + 2\pi$ est-elle une solution de l'équation $\sin(x) = 0{,}5$?
$x_0 - 4\pi$ est-elle une solution de l'équation $\sin(x) = 0{,}5$?
Montrer que $x_0 + k \times 2\pi$ avec k élément de ℤ est une solution de l'équation $\sin(x) = 0{,}5$.
Calculer les solutions pour k = - 2, - 1, 0, 1 et 2 et conclure.

f) $x_1 + 2\pi$ est-elle une solution de l'équation $\sin(x) = 0{,}5$?
$x_1 - 4\pi$ est-elle une solution de l'équation $\sin(x) = 0{,}5$?
Montrer que $x_1 + k \times 2\pi$ avec k élément de ℤ est une solution de l'équation $\sin(x) = 0{,}5$?
Calculer les solutions pour k = - 2, - 1, 0, 1 et 2 et conclure.

g) Donner toutes les solutions de l'équation $\sin(x) = 0{,}5$ en fonction de x_0 et k.

3) En s'inspirant de la démarche ci-dessus, résoudre dans ℝ, l'équation $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

4) Synthèse : solutions des équations du type $\cos(x) = a$ et $\sin(x) = b$.

La calculatrice permet de résoudre des équations du type cos (x) = a (elle donne, selon la valeur de a, une valeur de x appartenant à [0 ; π] ; c'est-à-dire un <u>angle aigu ou obtus</u>) et du type sin (x) = b (elle donne, selon la valeur de b, une valeur de x appartenant à [- $\frac{\pi}{2}$; + $\frac{\pi}{2}$] ; c'est-à-dire un <u>angle aigu</u>).
Signalons pour terminer que l'on peut créer avec le logiciel Géoplan un "produit" qui montre en même temps et de façon dynamique les trois aspects possibles (calculatrice, cercle trigonométrique et courbe représentative) de la résolution d'une équation du type cos (x) = a ou sin (x) = b.

<u>Activité n°4</u> :

<u>Pré requis</u> : nombre dérivé, fonction dérivée et variations.

Il est demandé d'admettre les résultats donnant les fonctions dérivées des fonctions sinus et cosinus. Mais rien ne nous empêche de faire découvrir aux élèves ces résultats.
Nous vous proposons dans cette activité quatre exemples qui permettent une telle conjecture.

1) <u>Conjecture à partir des courbes représentatives des fonctions sinus et cosinus</u>.

Puisque les élèves de Seconde connaissent, avant la mise en place de la notion de fonction dérivée, le tracé des courbes représentatives des fonctions sinus et cosinus, appuyons-nous sur leurs acquis pour leur faire conjecturer les fonctions dérivées des fonctions sinus et cosinus.
Pour rappel, le bulletin n°8 de Py-Math proposait la construction pas à pas avec le logiciel Géoplan des courbes des fonctions sinus et cosinus à partir du cercle trigonométrique.
Donnons aux élèves le tracé des courbes des fonctions sinus et cosinus (pour x ∈ [- 2 π ; 2 π]) ainsi que certaines tangentes bien choisies (dont le coefficient directeur est "lisible" sur le graphique) à ces deux courbes.
Et demandons leur de remplir par une lecture graphique les tableaux de variations et de signes suivants :

a) Soit f et g les fonctions définies sur [- 2 π ; 2 π] par :

f (x) = sin (x) et g (x) = cos (x).

Compléter les lignes n°1 et n°3 du tableau ci-dessous.

x	**- 2 π** **2 π**
Signe de f ' (x)	
Variations de f	

b) En utilisant les variations de la fonction f, compléter la ligne n°2 du tableau.

c) Compléter le tableau de signe de g (x).

x	- 2 π 2 π
Signe de g (x)	

d) Que peut-on conjecturer sur l'expression de f ' (x) d'après les questions b) et c) ?

e) Compléter les lignes n°1 et n°3 du tableau ci-dessous.

x	- 2 π 2 π
Signe de g ' (x)	
Variations de g	

f) En utilisant les variations de la fonction g, compléter la ligne n°2 du tableau précédent.

g) Compléter le tableau de signe ci-dessous

x	- 2 π 2 π
Signe de f (x)	
Signe de - f (x)	

h) Que peut-on conjecturer sur g ' (x) d'après les questions f) et g) ?

Il est intéressant de demander aux élèves de confirmer leurs tableaux par l'observation des phénomènes : variations et signe sur le cercle trigonométrique.
On pourrait même imaginer que les élèves deux par deux réalisent les tableaux précédents avec ces deux procédés : l'un des deux élèves en s'appuyant sur les tracés des courbes, l'autre élève en s'appuyant sur l'observation du cercle trigonométrique.

Remarque : pour les fonctions $x \mapsto \cos(a x + b)$ et $x \mapsto \sin(a x + b)$, il est temps de faire apprécier aux élèves l'intérêt du résultat : $f'(a x + b) = a f'(a x + b)$.

2) Conjecture à partir des tangentes

On pourrait envisager également de proposer pour quelques points particuliers de faire tracer leurs tangentes aux courbes représentatives des fonctions sinus et cosinus et de lire graphiquement les coefficients directeurs de façon à émettre une conjecture sur les nombres dérivés.

3) Conjecture avec l'outil informatique

Reportez-vous au bulletin n°4 pages 21 à 24 en remplaçant la fonction carré par la fonction cosinus dans un premier temps et par la fonction sinus dans un deuxième temps.

4) Conjecture avec la calculatrice

A l'aide d'une calculatrice Casio par exemple, il est aisé de faire vérifier que :
si f (x) = sin (x) alors f ' (x) = cos (x) et si g (x) = cos (x) alors g ' (x) = - sin (x).

Dans le menu GRAPH, saisir :

Y1 = sin X
Y2 = d/dx (Y1,X)
Y3 = cos X

d/dx s'obtient à partir d'une sous-option du bouton OPTN et Y de Y1 (qui n'est pas la lettre Y) à partir d'une sous-option du bouton VARS.
La calculatrice ne peut afficher l'équation de la dérivée mais elle est capable de tracer, point par point, la courbe représentative de la fonction dérivée.
Donner les paramètres suivants pour la fenêtre du graphique : - 4 π ; 4 π ; 1 pour les abscisses et - 1,5 ; 1,5 ; 0,5 pour les ordonnées.
Il est possible, en désélectionnant Y1 (Y2 et Y3 étant sélectionnés), de faire tracer simultanément les courbes d'équations Y2 = f ' (x) et Y3 = cos x.
Les deux courbes se superposent parfaitement. On peut donc conjecturer que f ' (x) = cos x.
Une démarche analogue permet de constater que g ' (x) = - sin x.

Quelques exemples "concrets" en classe de Terminale :

L'étude des fonctions circulaires et la résolution des équations trigonométriques seront désormais assurées en Terminale. Bien évidemment, cette évolution doit nous interroger sur une évolution éventuelle de l'épreuve E6. On est donc tous prévenu !
Plusieurs situations géométriques, physiques… conduisent à l'étude des fonctions circulaires. Nous vous présentons, à titre d'exemples, dans cet article deux situations géométriques.

1ère situation : géométrie

Partie A :

Soit f la fonction définie sur $[\,0\,;\,\frac{\pi}{2}\,]$ par : $f(x) = \sin(2x)$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 5 cm.

1) Déterminer l'expression de la fonction dérivée f ' de la fonction f.

2) Résoudre dans l'intervalle $[\,0\,;\,\frac{\pi}{2}\,]$ l'équation f '(x) = 0. Étudier le signe de f ' (x) sur l'intervalle $[\,0\,;\,\frac{\pi}{2}\,]^*$.

3) En déduire le tableau de variation de f.

4)
   a) Compléter le tableau de valeurs suivant :
   Les valeurs numériques seront données à 10^{-1} prés.

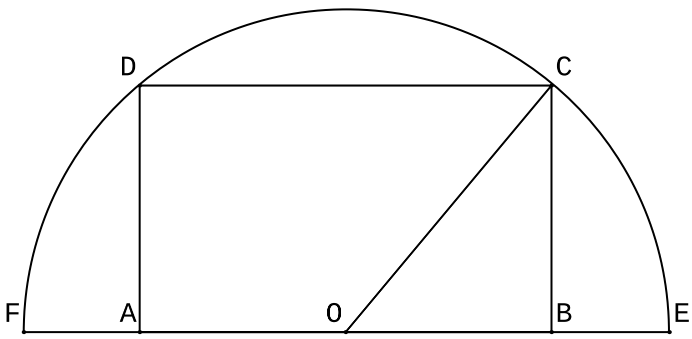
x	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{\pi}{2}$
f (x)	…	…	…	…	…	…	…	…

b) Tracer la courbe (C) dans le repère $(O ; \vec{i} , \vec{j})$.

** cette question peut être formulée de plusieurs façons : résolution graphique, algébrique…*

Partie B :

Dans la figure ci-dessous, ABCD est un rectangle inscrit dans le demi-cercle de centre O et de rayon 1. On note x la valeur en radian de l'angle $\hat{O}$ dans le triangle COB avec $x \in [0 ; \frac{\pi}{2}]$.



1) Exprimer les longueurs OB et BC en fonction de x.

2) On admet que pour tout réel x, $\sin (2 x) = 2 \cos (x) \sin (x)$.
   Soit S (x) l'aire du rectangle ABCD. Montrer que S (x) = f (x).

3) A l'aide des parties A et B, répondre aux questions suivantes en justifiant la démarche.

   a) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire du rectangle ABCD est-elle maximale ? Quelle est dans ce cas, la nature du rectangle ?

   b) Déterminer graphiquement et algébriquement les valeurs de x pour lesquelles l'aire du rectangle ABCD est de 0,5.

2ème situation : encore de la géométrie

Il s'agit d'une situation géométrique inspirée d'un article paru dans le bulletin PY-MATH n°6 page 18.

Partie A : lecture graphique

Dans l'annexe ci-dessous on donne la courbe représentative d'une fonction g définie sur l'intervalle $[- 2 \pi ; 2 \pi]$. Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Résoudre graphiquement, dans l'intervalle $[-2\pi ; 2\pi]$, l'équation $g(x)=0$ et l'inéquation $g(x) \geq 0$.

2) Dresser le tableau de signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[-2\pi ; 2\pi]$.

Partie B : étude de fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ par : $f(x)=\sin(x)[1+\cos(x)]$.

1)
   a) Déterminer l'expression de la fonction dérivée f ' de la fonction f.

   b) Montrer que, pour tout x de $[0 ; \frac{\pi}{2}]$, $f'(x)=[\cos(x)-\frac{1}{2}][2\cos(x)+2]$.

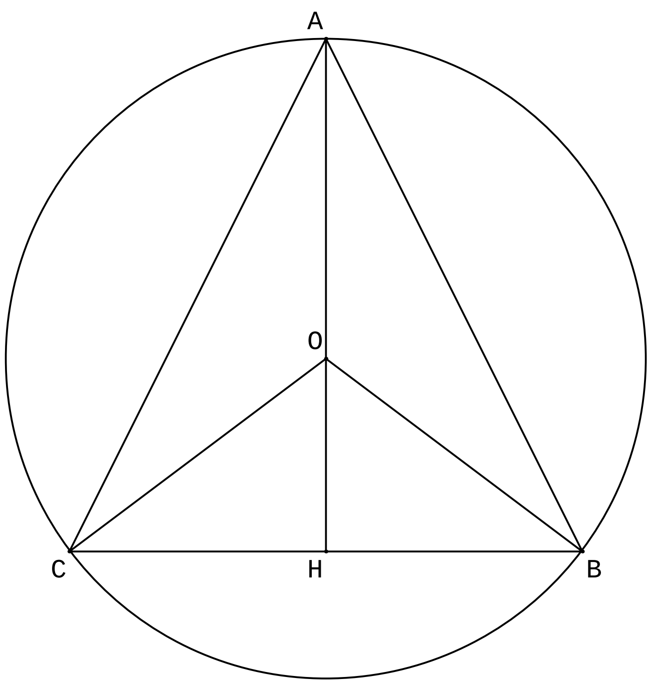
2) On admet que $f'(x)$ est du signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ où g est la fonction évoquée dans la Partie A.

   Déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}]$.

Partie C : étude d'une configuration géométrique

ABC est un triangle isocèle en A et est inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 1.
H est le projeté orthogonal du point A sur le segment [CB].

Soit x la mesure en radian de l'angle $\hat{O}$ dans le triangle HOB avec $x \in [0 ; \frac{\pi}{2}]$.



1)

   a) Exprimer les longueurs BC et AH en fonction de x.

   b) En déduire, en fonction de x, l'aire S du triangle ABC.

2) On admet que, pour tout x de $[\ 0\ ;\ \frac{\pi}{2}\ ]$, S (x) = f (x).

   Déduire des parties précédentes la valeur de x pour laquelle l'aire du triangle est maximale. Préciser ce maximum. Quelle est dans ce cas l'aire du triangle ABC ?

Annexe : courbe représentative de la fonction g