AVEC PYGMALION[1], DONNER VIE AUX FONCTIONS

De la classe de Troisième à celle de BTSA, la notion de fonction est une constante des programmes de mathématiques. Souvent abordée et étudiée sous ses aspects les plus abstraits, elle demeure à tous les niveaux de formation, une réelle difficulté pour certains élèves.

La géométrie plane offre à un niveau élémentaire, la possibilité d'illustrer[2] cette notion mathématique : voir comment varie la longueur d'un segment, l'aire d'un rectangle... lorsqu'un point M se déplace sur une figure ; observer que telle grandeur est maximale pour une position particulière du point M... il suffit pour ça, d'un peu d'imagination ou d'un peu d'informatique[3]

INTRODUCTION

Certains programmes font expressément référence à la géométrie comme champ de fonctionnement de la notion de fonction (programmes de Seconde, de Bac Pro et de STAE)[4]

Mais lisons nous toujours avec suffisamment d'attention les commentaires qui accompagnent certains programmes ? d'ailleurs avons-nous bien toujours le "bon" programme ? dans son intégralité ? qui oserait affirmer, qu'il n'existe pas encore ici ou là quelque collègue ayant pour seul programme de bac pro, le "document de travail" soumis en son temps à notre critique.... et qui ne contenait pas de géométrie.... contrairement au seul programme officiel (édité sous forme de livret par le CNPR, en vente au CNPR[5] et disponible au moins chez tous les bons proviseurs-adjoints). On en imagine qui palissent : "De la géométrie en bac pro ? mais pourquoi ne me l'a-t-on pas dit plus tôt ?". Du calme, pas de panique, c'est peu de chose que cette géométrie là.

Une autre incitation à utiliser la géométrie pour parler des fonctions pourrait être la lecture des annales des sujets d'examens. Certains sujets du Brevet, ces dernières années, en donnent des exemples parfois fort intéressants. Vous trouverez en annexe, celui de l'académie de Grenoble (session 1994) ; il propose une "situation-problème" (encore un problème "qu'on crée" diront certains !) riche de développements ou d'adaptations possibles dans nos classes.

---

[1] PYGMALION : roi légendaire de Chypre, devenu amoureux d'une statue d'ivoire dont il était peut-être l'auteur. Aphrodite donna la vie à sa statue. Grand Larousse.

[2] avec des images que l'on essaiera d'animer ! en quelque sorte, des dessins animés !!

[3] Rassurez vous, inutile de savoir programmer : les logiciels actuels ont rendu la pratique de l'informatique très conviviale. Des logiciels de géométrie tels que CABRI GÉOMÈTRE sont faciles à mettre en oeuvre et un auto-apprentissage ne pose pas de problème.

[4] Programme de Seconde :

> "III. FONCTIONS (...) 1. Génération et description des fonctions. On exploitera des situations variées : (...) relations de dépendance issues de la géométrie (...)."

Programme de Bac Pro :

> "Maîtriser le concept de fonction dans des situations issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences physiques, des disciplines professionnelles."

Programme de STAE:

> "ANALYSE (...) Comme en Seconde, on mettra en valeur l'utilité du concept de fonction pour l'étude des phénomènes continus ; on exploitera largement des situations issues de l'algèbre, de la **géométrie**, des sciences et techniques et de la vie économique et sociale (...)."

[5] CNPR - Marmilhat, 63370 LEMPDES

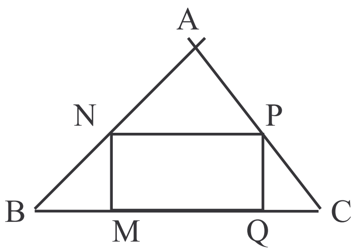
Action 1

Regrouper dans une banque de problèmes accessibles à tous, des énoncés de ce type (étude de fonctions ayant pour support une situation géométrique simple) peut facilement être réalisé ; si chaque collègue veut bien nous faire parvenir un énoncé de ce type sur disquette (préciser le traitement de texte utilisé) ou à défaut sur papier, il recevra en retour, sur la disquette envoyée, le best of de la multitude (!) d'énoncés qui vont nous parvenir. Les petits grains de sable font les grandes plages de sable blanc ! Allez, faites un effort : 100 % des participants toucheront le jackpot : 10, 100... fois la mise !
Pour des raisons évidentes de copyright, indiquez l'origine précise du (ou des) problème(s) envoyé(s) mais n'hésitez pas à faire connaître vos énoncés personnels originaux ou originalement personnalisés.

MONTRER L'EXEMPLE

De la géométrie...

Le sujet donné au Brevet en 1992 à RENNES va servir de support.
"Le triangle ABC est rectangle isocèle en A. On donne BC = 8,4 cm. Le point M appartient au segment [BC]. Le quadrilatère MNPQ est un rectangle."



Le simple tracé de cette figure peut susciter bien des réflexions.

Elle peut être aussi l'occasion d'un premier contact avec un logiciel de géométrie tel que LE GEOMETRE (version 1.6 sous DOS) ou en plus récent CABRI GEOMETRE II (dans l'environnement WINDOWS) ou tout autre logiciel du même type[6], ou encore de l'utilisation de la TI 92.

... à l'analyse !

La considération de cette figure, montre "à l'évidence" que l'aire du rectangle MNPQ est **fonction** de la position du point M et donc de sa distance x au point B (BM = x). Aux élèves "d'imaginer" comment **varie** en continu, cette aire[7].

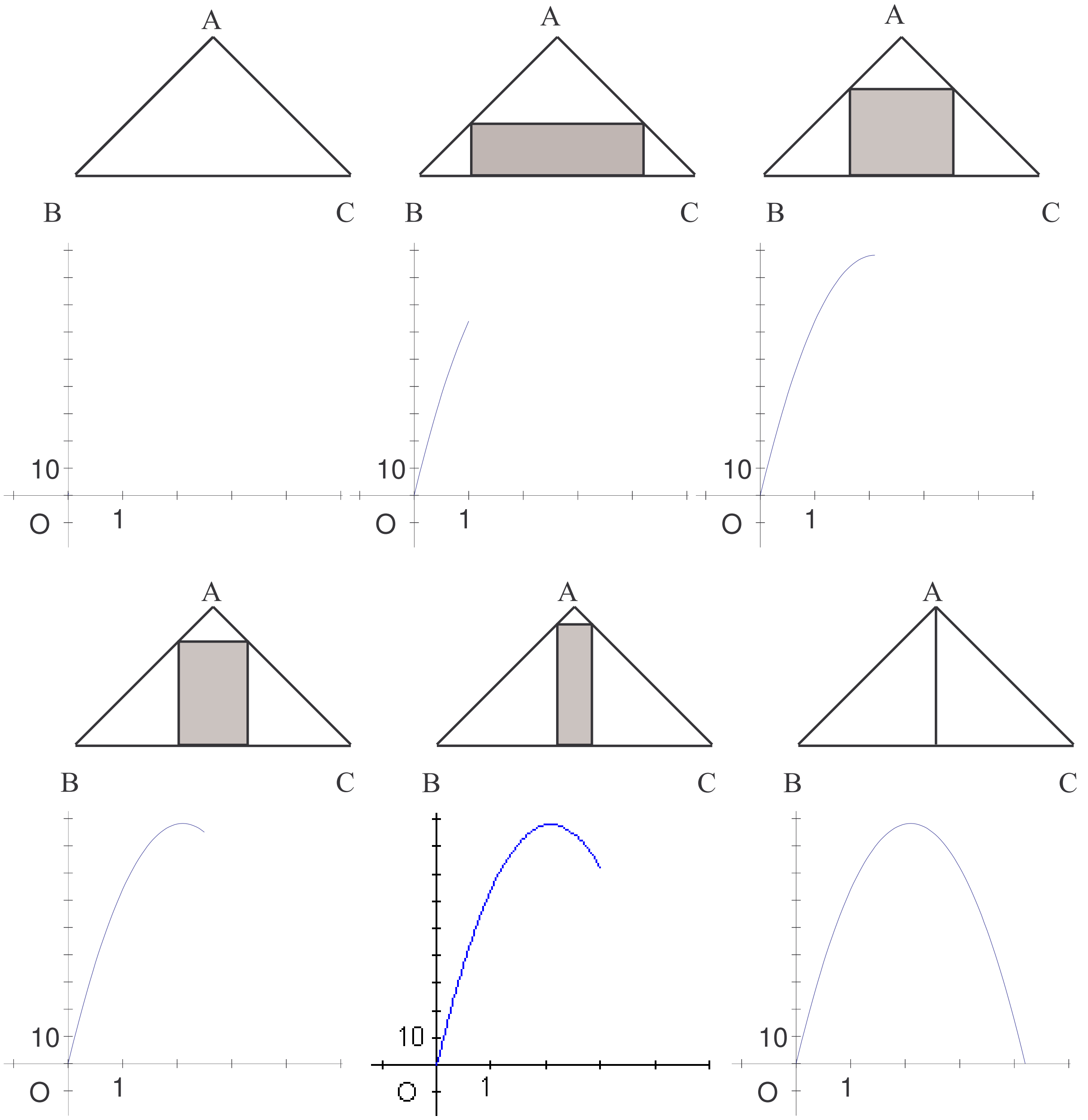
On pourra bien sûr dans une première approche avec des élèves, calculer pour différentes positions du point M, l'aire du rectangle. Puis faire un tableau de valeurs, puis placer des points puis tracer la courbe (continue) correspondante et enfin traiter le cas "général" conduisant à l'expression algébrique de l'aire en fonction de x. Classique.

L'usage d'un logiciel de géométrie permet une approche plus visuelle. La figure (si elle a été bien conçue) est déformable : on peut déplacer le point M de B à H (milieu de [BC]) et voir en continu ce qui se passe pour ce pauvre rectangle MNPQ dont l'aire, partie de "rien", croît, connaît son heure de gloire puis décroît pour aboutir à "rien" !!

---

[6] Pour les allergiques à la cuisine informatique prévoir d'inviter à dîner le collègue qui saura "installer" le logiciel sur le micro et vous montrer comment y accéder. Après amusez vous...

[7] irlandais. (Le Cancre)



Action 2

Il existe bien sûr des situations moins riches que celle de cet exemple : une fonction monotone ou une banale fonction affine ; cela eût été plus raisonnable pour un premier contact. Pour la prochaine fois, vous pourrez "tester" vos acquis sur l'exemple fourni gracieusement en annexe.

L'un des avantages de l'informatique est que l'on peut "ENREGISTRER" son travail donc réutiliser les constructions faites et les partager avec autrui. Nous proposons de diffuser (à ceux qui nous enverrons une disquette - voir action 1) les fichiers informatiques relatifs à cet article. Réalisés avec LE GEOMETRE (sous DOS), ils ne sont hélas pas transférables sous CABRI GEOMETRE II (qui connaît une "moulinette" ?) mais si les semaines à venir sont très pluvieuses... ou les collègues très ingénieux !! Ecrivez nous.

A SUIVRE

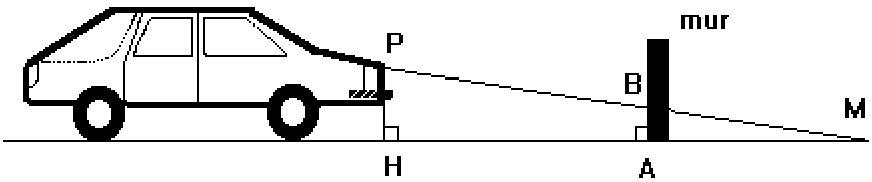
Dans un prochain article nous verrons comment tracer en continu sur le même écran la figure géométrique de référence et la courbe représentative de la fonction associée.

<u>Annexe</u> (Sujet de l'académie de Grenoble session 1994).

Réglage des feux de croisement d'une automobile.

L'unité de longueur est le mètre.

On envisage de régler rapidement, mais avec précision, les feux de croisement d'une automobile. Pour cela, on place le véhicule face à un mur vertical. Le phare est identifié à un point P, la distance entre le sol et le phare est HP. On considère que le phare émet un rayon lumineux dirigé vers le sol. En l'absence d'obstacle, ce rayon atteindrait le sol au point M. Il rencontre le mur en B.



La distance HM est appelée la portée du feu de croisement.

Consigne de sécurité : On admet que cette portée doit, à la fois, être : • d'au moins 30 mètres, afin d'éclairer suffisamment loin, • d'au plus 45 mètres, pour ne pas éblouir les autres automobiles.

PHM est un triangle rectangle en H. Pour l'ensemble du problème le phare est à une hauteur de 0,60 m et la voiture est à 3 m du mur (HP=0,6 ; HA=3).

1. Expliquer pourquoi on a $\frac{AB}{HP}=\frac{AM}{HM}$. En déduire que $AB\times HM = HP\times AM$.

2. a) Si l'on remplit le coffre arrière de matériel, le rayon lumineux atteint le mur à 0,58 m du sol (AB=0,58).
Quelle est la portée du feu de croisement ? On remarquera que AM=HM-3. Risque-t-on alors d'éblouir les autres automobilistes ?

b) Calculer $\tan \widehat{HPM}$. En déduire la mesure de $\widehat{HPM}$, arrondie au dixième de degré près.

3. On pose pour la suite du problème : AB=x avec $0 \le x \le 0{,}6$ et on note p la portée du feu de croisement (HM=p).

Montrer, en utilisant la question 1, que $p=\frac{1{,}8}{0{,}6-x}$

4. Ci-après on a tracé la courbe qui représente la portée du feu de croisement en fonction de la distance x qui sépare le point B du sol, ($0 \le x \le 0{,}582$) dans un repère orthogonal.
Unités : sur l'axe des abscisses, 1 cm représente 0,1 m;
sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 10 m.

a) Placer en rouge sur la courbe le point qui correspond à la situation de la question 2a (on désignera ce point par la lettre E).

b) Trouver, à l'aide du graphique, l'entier *p* qui indique la portée du feu de croisement lorsque la distance AB est 0,42 m (x=0,42).
Retrouver ce résultat par le calcul. Le phare éclaire-t-il alors suffisamment loin ?

c) On décide de régler un feu de croisement, de façon à respecter la « consigne de sécurité ».
Quelles sont, d'après le graphique, les valeurs de AB que l'on peut alors accepter ?

On donnera la réponse sous la forme d'un encadrement et on laissera apparents les traits de construction.